

ഡിപ്ലോമ ഇൻ എലിമെന്ററി എജ്യൂക്കേഷൻ
DIPLOMA IN ELEMENTARY EDUCATION **D.El.Ed.**

സെമസ്റ്റർ - 1

പേപ്പർ 105

ഗണിതം - പഠനവും ബോധനവും



കേരളസർക്കാർ
പൊതുവിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2019

Prepared by

1. **V.K. Prakasan**, Principal, DIET Kottayam.
2. **K. Saleemudheen**, Senior Lecturer, DIET Malappuram.
3. **S.K. Jayadevan**, Senior Lecturer, Kannur
4. **Gopalakrishnan.A**, Lecturer, DIET Kannur.
5. **P. Raghavan**, Teacher Educator, GITE, Mathamangalam.

Experts:

1. **Prof. (Dr). M.A. Sudhir**
UGC Emeritus Professor
Gandhigram Rural Institute, Dindigul
2. **Dr. Lidson Raj.**
Asst. Professor, GCTE Thiruvananthapuram.
3. **Dr. C.Gokuldasan Pillai**
Former Curriculum Head, SCERT, Thiruvnanthapuram

Academic Co-ordinator

Smt. Deepa. N. Kumar

Research Officer, SCERT, Thiruvananthapuram.

State Council of Educational Research and Training (SCERT)

Poojappura, Thiruvananthapuram 695012, Kerala

Website : www.scertkerala.gov.in, e-mail : scertkerala@gmail.com

Phone : 0471 - 2341883, Fax : 0471 - 2341869

Typesetting and Layout : SCERT

©

Department of Education
Government of Kerala

ശ്രദ്ധേയം

2018-19 അധ്യയന വർഷം മുതൽ കേരളത്തിലെ എലിമെന്ററി അധ്യാപക പരിശീലന കോഴ്സ് ഡിപ്ലോമ ഇൻ എലിമെന്ററി എഡ്യൂക്കേഷൻ (ഡി.എൽ.എഡ്) ആയി മാറിയിരിക്കുകയാണ്. എൻ.സി.ടി.ഇ മാർഗ്ഗനിർദ്ദേശമനുസരിച്ച് ഉള്ളടക്കത്തിലും വിനിമയത്തിലും കാലോചിതമായ മാറ്റങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചുകൊണ്ടാണ് കോഴ്സിന്റെ പാഠ്യപദ്ധതി തയ്യാറാക്കിയിട്ടുള്ളത്.

അധ്യാപക പരിശീലന പാഠ്യപദ്ധതി പരിഷ്കരിക്കുമ്പോൾ ഇതു വിനിയമം ചെയ്യുന്നതിനാവശ്യമായ റഫറൻസ് സാമഗ്രികളുടെ അഭാവം പ്രശ്നമായി ഉയർന്നു വരുന്നുണ്ട്. ഇതു പരിഹരിക്കുന്നതിനുവേണ്ടി പാഠ്യപദ്ധതിയോടൊപ്പം അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പഠന പിന്തുണാസഹായിയും കൂടി എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി. തയ്യാറാക്കിയിട്ടുണ്ട്. വിദ്യാർത്ഥി സൗഹൃദ സ്വഭാവം പുലർത്തുന്നതും തുടർന്നുള്ള വായനയിലേക്കും അന്വേഷണത്തിലേക്കും നയിക്കുന്നതുമാണ് ഇത്. ഓരോ വിഷയത്തിന്റെയും പഠനത്തിനു സ്വീകരിക്കാവുന്ന അന്വേഷണ രീതികളും അവശ്യ വിവരങ്ങളും ഇതിലുണ്ട്. ഇതിൽ ഉള്ളടക്ക വിശദാംശങ്ങൾ, തുടർ പ്രവർത്തന സൂചനകൾ എന്നിവ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. പ്രസ്തുത പഠനപിന്തുണാസഹായി കാര്യക്ഷമമായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തുമെന്ന് പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു.

ഡോ. ജെ പ്രസാദ്
ഡയറക്ടർ, എസ്.സി.ഇ.ആർ.ടി

ഉള്ളടക്കം

സെക്ഷൻ - 1

പേജ് - 105 ഗണിതം - പഠനവും ബോധനവും

- യൂണിറ്റ് 1 - ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സ്വഭാവവും ഘടനയും
- യൂണിറ്റ് 2 - ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയും വികാസവും
- യൂണിറ്റ് 3 - ഗണിതപഠനസമീപനവും പഠന-ബോധന രീതികളും തന്ത്രങ്ങളും
- യൂണിറ്റ് 4 - പ്രശ്നനിർധാരണം ഗണിത പഠനത്തിൽ
- യൂണിറ്റ് 5 - വിവരസാങ്കേതികവിദ്യ ഗണിത പഠനത്തിൽ
- യൂണിറ്റ് 6 - ലോവർ പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ ഗണിതം - ഉള്ളടക്ക വിശകലനം

യൂണിറ്റ് 1

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സ്വഭാവവും ഘടനയും

ആമുഖം

ഓരോ വിഷയത്തിനും അതിന്റേതായ സ്വഭാവസവിശേഷതകൾ ഉണ്ടായിരിക്കും. ഭാഷാ വിഷയങ്ങളും ശാസ്ത്ര വിഷയങ്ങളും സ്വഭാവത്തിൽ ഏറെ വ്യത്യസ്തത പുലർത്തുന്നുണ്ടല്ലോ. ശാസ്ത്രങ്ങളുടെ റാണിയായ ഗണിതശാസ്ത്രം മറ്റു വിഷയങ്ങളിൽ നിന്നും ചില പ്രത്യേക സവിശേഷതകൾ കാരണം വേറിട്ടു നിൽക്കുന്നു. അമൂർത്താശയങ്ങൾക്കും പ്രശ്നാപഗ്രഥനത്തിനും യുക്തി ചിന്തയ്ക്കും നൽകുന്ന പ്രാധാന്യവും ഗണിതശാസ്ത്രത്തെ വ്യതിരിക്തമാക്കുന്നു. പ്രൈമറി ടീച്ചർ എന്ന നിലയിൽ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ പ്രത്യേക സ്വഭാവങ്ങളും ഘടനയും തിരിച്ചറിയേണ്ടതുണ്ട്. എന്നാൽ മാത്രമേ കൃത്യമായ വിഷയ സമീപനം മനസ്സിലാക്കാനും കർമ്മ രംഗത്ത് ശോഭിക്കാനും കഴിയുകയുള്ളൂ.

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സ്വഭാവം

കോട്ടയ്ക്കുള്ളിലാണ് നിധി സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നത്. കാവലിനായി കോട്ടയുടെ നാല് കവാടങ്ങളിലും കാവൽക്കാരെ നിർത്തിയിട്ടുണ്ട്. രാജാവ് അവരോടു പറഞ്ഞു: “ഒന്നാമന് ഓരോ മൂന്ന് മണിക്കൂറിലും പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് വിശ്രമിക്കാം. രണ്ടാമന് ഓരോ നാല് മണിക്കൂറിലും പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് വിശ്രമിക്കാം. മൂന്നാമന് ഓരോ അഞ്ച് മണിക്കൂറിലും നാലാമന് ഓരോ ആറ് മണിക്കൂറിലും പതിനഞ്ച് മിനിട്ട് വീതം വിശ്രമിക്കാം.” അങ്ങനെയെങ്കിൽ ഒരാൾ വിശ്രമിക്കുമ്പോൾ മറ്റുള്ളവർ കാവലിനുണ്ടാകുമെന്ന് രാജാവ് കണക്കു കൂട്ടി. എന്നാൽ ബുദ്ധിമാനായ ഒരു മോഷ്ടാവ് നാലുപേരും ഒരേ സമയം വിശ്രമത്തിന് പോകുന്ന ഒരു സമയമുണ്ടാകുമെന്ന് മനസ്സിലാക്കി നിധി മോഷ്ടിച്ചു. ഞായറാഴ്ച ഉച്ചയ്ക്ക് പന്ത്രണ്ടു മണിക്കാണ് കാവൽ ആരംഭിച്ചതെങ്കിൽ എപ്പോഴായിരിക്കും നിധി മോഷണം പോയിട്ടുണ്ടാവുക?

ഉത്തരം കണ്ടെത്തി നോക്കൂ.

- ഉത്തരത്തിലെത്താൻ നിങ്ങൾ ആലോചിച്ച വഴി എന്താണ്?
- ഗണിതപരമായ ഏതൊക്കെ ചിന്തകളിലൂടെയാണ് നിങ്ങൾ കടന്നുപോയത്?

ചെറിയ ക്ലാസുമുതൽ ഇത്തരം കൗതുകകരവും ചിന്തോദ്ദീപകവുമായ ഗണിത വസ്തുതകൾ സ്വാംശീകരിക്കുകയും വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കുകയും ചെയ്യുന്നവരാണ് നമ്മൾ. അധ്യാപകവിദ്യാഭ്യാസത്തിലെ ഒരു പഠനവിഷയം എന്ന നിലയിൽ ഗണിതത്തെക്കുറിച്ചും അതിന്റെ സവിശേഷതകളെക്കുറിച്ചും നാം കൂടുതലായി അറിയേണ്ടതുണ്ട്.

ഗണിതശാസ്ത്രം എന്ത്? എന്തിന്?

സംഖ്യകളിലൂടെ ലോകത്തെ വിശകലനം ചെയ്യുകയും വ്യാഖ്യാനിക്കുകയും ചെയ്യുക എന്നതാണ് ഗണിതത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനസ്വഭാവം. പലപ്പോഴും വസ്തുതകളെ സംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് വിവരിക്കുമ്പോഴാണ് വ്യക്തമായി മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയുന്നത്. പ്രകൃതി പ്രതിഭാസങ്ങളിൽ അന്തർലീനമായിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപരമായ ബന്ധങ്ങളെ ബീജ ഗണിത സമവാക്യങ്ങളിൽ അവതരിപ്പിക്കുമ്പോഴാണ് സൂക്ഷ്മമായ അറിവുകളും കൃത്യമായ പ്രവചനങ്ങളും സാധ്യമാകുന്നത്. ഇങ്ങനെ നോക്കുമ്പോൾ സംഖ്യാപ്രധാനമായ ഒരു ഭാഷയാണ് ഗണിതം എന്നു പറയാം. ഭാഷയ്ക്കു പ്രായോഗിക വ്യവഹാരങ്ങൾക്കപ്പുറം സർഗാത്മകമായ ഒരു ഭാഗം ഉള്ളതുപോലെ, ഗണിതത്തിനു പ്രായോഗികമായ കണക്കു കൂട്ടലുകൾക്കപ്പുറം കേവലമായ യുക്തിയുടെ സ്വതന്ത്രസഞ്ചാരങ്ങളുമുണ്ട്.

വസ്തുതകളെ സംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് അപഗ്രഥിക്കുകയും വ്യാഖ്യാനിക്കുകയും ചെയ്യുക എന്നതിനാണ് ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിൽ പ്രധാനമായും ഊന്നൽ നൽകുന്നത്. ജീവിതത്തിന്റെ എല്ലാ മേഖലകളെയും ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം വളരെയേറെ സ്വാധീനിക്കുന്നുണ്ട്. ഗണിതത്തിന്റെ സാധ്യതകൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്താതെ ഒരു ദിവസം പോലും കടന്നുപോകുന്നില്ല. ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം ചിന്തയെ തെളിമയുള്ളതാക്കുകയും വസ്തുതകളെ ശാസ്ത്രീയമായി അപഗ്രഥിക്കുന്നതിന് സഹായിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. മറ്റു വിഷയങ്ങളുടെ പഠനത്തിൽ ഗണിതശാസ്ത്രം അവിഭാജ്യഘടകമായി മാറുകയും ചെയ്യുന്നുണ്ട്.

ഗണിതത്തെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരാളം നിർവ്വചനങ്ങൾ നിങ്ങൾ പരിചയപ്പെട്ടിട്ടുണ്ടാകും. **ജി.എച്ച്. ഹാർഡി** ഗണിതത്തെക്കുറിച്ച് പറഞ്ഞത് നോക്കൂ.

"A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are made with ideas" : G.H. Hardy, 1940

ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ഒരു കലാകാരനും കവിയുമാണെന്ന അദ്ദേഹത്തിന്റെ അഭിപ്രായത്തെക്കുറിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് യോജിപ്പുണ്ടോ?

ഗണിതശാസ്ത്രത്തെ വിവിധകാലഘട്ടങ്ങളിൽ ജീവിച്ചിരുന്നവർ നോക്കിക്കണ്ടത് അറിയുന്നത് രസാവഹമാണ്. ഏതാനും ചിലത് നോക്കൂ.

- **തഥാ ശിഖാ മയൂരാണാം**
നാഗാനാം മണയോ തഥാ
തദ്വദ് വേദാംഗ ശാസ്ത്രാനാം
ഗണിതം മുർദ്ധനി സ്ഥിതം

വേദാംഗ ജ്യോതിഷം, ബി.സി. 1200

(മയിലിന്റെ ശിരസ്സിലെചുഡപോലെയും സർപ്പത്തിന്റെ മാണിക്യം പോലെയും വേദശാസ്ത്രങ്ങളുടെ ഇടയിൽ ഗണിതം ശോഭിക്കുന്നു.)

- ഗണിതം പാഠ്യങ്ങളെയും അവയുടെ ബന്ധങ്ങളെയും കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ്.
- ഗണിതം ആശയവിനിമയോപാധിയാണ്.
- അളവുകൾ, സംഖ്യകൾ ഇവയുടെ ബന്ധങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ശാസ്ത്രമാണ് ഗണിതം.
- ഗണിതം ഒരു കലയും ഒരു ഭാഷയും ശാസ്ത്രവുമാണ് (Mathematics is an art, language and science).
- ഗണിതം സംഖ്യകളുടെയും ആകൃതികളുടെയും അളവുകളുടെയും ശാസ്ത്രമാണ്. (Mathematics is a science of numbers, shapes and measurements).

ഗണിതത്തെക്കുറിച്ച് മറ്റ് ചില അഭിപ്രായങ്ങൾ നോക്കൂ....

- The science of quantitiy – *Aristotle*
- The abstract science which investigates deductively the conclusions implicit in the elementary conceptions of spatial and numerical relations, and which includes as its main divisions geomtery, arithmetic, and algebra – *Oxford English Dictionary*.
- The study of measurements, properties, and relationships of quantities and sets, using numbers and symbols – *American Heritage Dictionary*, 2000.
- The science of structure, order and relation that has evolved from elemental practices of counting, measuring and describing the shapes of objects – *Encyclopedia Britannica*, 2006.

ഗണിതശാസ്ത്രത്തെ കാവ്യാത്മകമായി നോക്കിക്കാണുന്ന നിർവ്വചനങ്ങളും ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട്.

- Mathematics is the music of reason – *James Joseph Sylvester*.
- Go down deep enough into anything and you will find mathematics. - *Dean Schlicter*.
- Just because we can't find a solution, it doesn't mean that there isn't one." - *Andrew wiles*.
- Mathematics is the gate and key to science. - *Roger Bacon*.
- Mathematics is not about numbers, equations, computations, or algorithms; it is about understanding." - *William paul Thurston*.
- Without mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers. - *Shakuntala Devi*

ഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങളും ഇന്റർനെറ്റും പരിശോധിച്ച് കൂടുതൽ നിർവ്വചനങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

ഓരോ നിർവ്വചനത്തിന്റെയും യുക്തിയും ഔചിത്യവും പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

ഇതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ സ്വന്തമായി നിർവ്വചനങ്ങൾ തയ്യാറാക്കി ചുമർമാസിക പ്രസിദ്ധീകരിക്കണം.

വൈവിധ്യമുള്ളവ ഉൾപ്പെടുത്തി വ്യക്തിഗതപതിപ്പുകൾ തയ്യാറാക്കി അവതരിപ്പിക്കുകയും വേണം.

പ്രവർത്തനം

പത്രങ്ങൾ മാസികകൾ എന്നിവയിൽ നിന്ന് വിവിധ മേഖലകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട (സമ്പദ് രംഗം, കാർഷികരംഗം, കായികം, വ്യവസായം മുതലായവ) റിപ്പോർട്ടുകൾ ശേഖരിക്കുക. നിങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്ന ഈ റിപ്പോർട്ടുകളുടെ സഹായത്തോടെ ആശയവിനിമയത്തിന് ഗണിതം എത്രത്തോളം പ്രയോജനകരമാണെന്ന് ചർച്ചചെയ്ത് കണ്ടെത്തൂ. കുറിപ്പുകൾ തയ്യാറാക്കി ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

വിവിധ മേഖലകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട കാര്യങ്ങൾ സ്പഷ്ടമായും വ്യക്തമായും വിശദീകരിക്കാൻ ഗണിതസങ്കേതങ്ങൾ എത്രത്തോളം പ്രയോജനകരമാണ്? വിശകലനം ചെയ്യൂ.

വിലയിരുത്തൽ

- വ്യക്തിഗതമായി തയ്യാറാക്കിയ നിർവചനങ്ങളുടെ ചുമർമാസിക

• ഗണിതം ഒരു ഭാഷ

ഭാഷ ആശയവിനിമയത്തിനുവേണ്ടിയാണ്. ഗണിതത്തിലെ ചുരുക്കെഴുത്തുകൾ പട്ടികകൾ, ഗ്രാഫുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, രൂപങ്ങൾ, ചിഹ്നങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ നിരീക്ഷിക്കുന്നതിലൂടെ ഒട്ടേറെ വിവരങ്ങൾ സംക്ഷിപ്തരൂപത്തിൽ വേഗത്തിലും എളുപ്പത്തിലും സാധാരണക്കാരനുപോലും മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയുന്നു. അതുകൊണ്ട് തന്നെ ഗണിതത്തെ ഒരു ഭാഷയായി കരുതാം.

ചെറുത്, വലുത്, തുല്യം, സങ്കലനം തുടങ്ങിയ ആശയങ്ങൾക്ക് യഥാക്രമം $<$, $>$, $=$, $+$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള ചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

ഉദാ: 4 നേയും 5 നേയും തുകയാണ് 9 എന്ന ആശയത്തെ ' $4+5 = 9$ ' എന്ന് ഗണിത ഭാഷയിൽ ചുരുക്കിയെഴുതാം.

ആശയവിനിമയ ടൂൾ

- ഗണിതം ഒരു നല്ല ആശയവിനിമയോപാധിയാണ്.
- ഗ്രാഫുകൾ, പട്ടികകൾ, ചിത്രങ്ങൾ തുടങ്ങിയവയിലൂടെ ആശയവിനിമയം ഏറ്റവും വേഗത്തിലും എളുപ്പത്തിലും സാധ്യമാവുന്നു.
- ശേഖരിച്ച വിവരങ്ങളെ ഗ്രാഫുകൾ, പട്ടികകൾ തുടങ്ങിയ സങ്കേതങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിനുള്ള കഴിവ് വളർത്തുക എന്നത് ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ സാധ്യമാവുന്നു.

പ്രൈമറി ഗണിതപാഠപുസ്തകത്തിലെ അനുയോജ്യമായ സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തി, ചർച്ച ചെയ്ത് ക്ലാസ്സിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

വിലയിരുത്തൽ

- ◆ ഭാഷാവാചകങ്ങളും സമാനമായ ഗണിതവാചകങ്ങളും എഴുതിയ കുറിപ്പ്.
- ◆ ഗണിതസങ്കേതങ്ങൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്തിയ ലേഖനങ്ങളുടെ ശേഖരം അവയിലെ ഗണിതസാധ്യതകൾ കണ്ടെത്തിയ കുറിപ്പ്.

ഗണിതം നിത്യജീവിതത്തിലെ ഒരു ഉപകരണം

നിത്യജീവിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങളെ അഭിമുഖീകരിക്കാനും, പ്രശ്നങ്ങളെ യുക്തി പൂർവ്വം അപഗ്രഥിക്കാനും പ്രശ്നപരിഹാരമാർഗങ്ങൾ കണ്ടെത്താനും ആവശ്യമായ ശേഷി വികസിപ്പിക്കുകയും അതിലൂടെ മനുഷ്യപുരോഗതി നേടാനുമാണ് ഗണിതപഠനത്തിന്റെ മുഖ്യമായ ലക്ഷ്യം. ഇതിന് കുട്ടിയെ പ്രാപ്തനാക്കുകയാണ് അധ്യാപകന്റെ കടമ.

പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ ഗണിതം എവിടെയെല്ലാം ഉപയോഗിക്കുന്നു? ഒന്നു ചിന്തിച്ചു നോക്കൂ.

ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ ഇതാ ,

- കുടുംബ ബജറ്റ് തയ്യാറാക്കാൻ

പലപ്പോഴും വരവും ചെലവും തമ്മിൽ പൊരുത്തപ്പെടാതെ വരുമ്പോൾ ജീവിതം കൂടുതൽ ക്ലേശകരമായി മാറുന്നു. ഇതിന് ശാസ്ത്രീയമായി തയ്യാറാക്കിയ ബജറ്റ് ആവശ്യമാണ്.

- സാധനങ്ങളുടെ കൊടുക്കൽ വാങ്ങലിന്
- പണമിടപാടുമായി ബന്ധപ്പെട്ട്
- തൊഴിലുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് (ക്യൂഷി, വ്യവസായം, കച്ചവടം, പാചകം)

ഇങ്ങനെ ഒട്ടേറെ സന്ദർഭത്തിൽ ഗണിതം ഒരു തരത്തിലല്ലെങ്കിൽ മറ്റൊരു തരത്തിൽ ഉപയോഗിക്കുന്നതായി കാണാം.

വിലയിരുത്തൽ

നിത്യജീവിതത്തിൽ ഗണിതം പ്രയോജനപ്പെടുന്ന വിവിധ സന്ദർഭങ്ങൾ അടങ്ങിയ ചർച്ചാക്കുറിപ്പ്.

നമ്മുടെ ‘കണക്കുകൂട്ടലുകൾ’ തെറ്റിയാൽ ജീവിതത്തിൽ പരാജയവും ‘കണക്കുകൂട്ടലുകൾ’ ശരിയായാൽ ജീവിതവിജയവും ഉണ്ടാകും എന്നു പറയാറില്ലേ?

4-ാം ക്ലാസ് കഴിയുന്ന കുട്ടിക്ക് ചതുഷ്ക്രിയകൾ ഉൾപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യാനുള്ള പ്രാപ്തി ഉണ്ടാകണം. യാത്ര ചെയ്യുമ്പോഴും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുമ്പോഴും പാചകം ചെയ്യുമ്പോഴും ഒക്കെ ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾ നേരിടേണ്ടിവരുന്നു. ഇത്തരം പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യാനുള്ള കഴിവ് ലോവർ പ്രൈമറി തലത്തിൽ തന്നെ ഓരോ കുട്ടിയും കൈവരിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

വിവിധതരം അളവുകൾ(നീളം, ഭാരം, ഉള്ളളവ്, സമയം, നാണയം)

നിത്യജീവിതത്തിലെ മിക്ക പ്രശ്നങ്ങളും അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതായിരിക്കും. അതുകൊണ്ടുതന്നെ അവയുടെ ഏകകങ്ങളെക്കുറിച്ചും അവ ഉൾപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിനെക്കുറിച്ചും ധാരണയുണ്ടാകണം. സാധനങ്ങളുടെ കൊടുക്കൽ വാങ്ങലുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് വ്യത്യസ്ത അളവുകൾ കടന്നുവരുന്നു. അതോടൊപ്പം നാണയങ്ങളും കറൻസികളും അറിയേണ്ടതുണ്ട്. അളവുകൾ ഊഹിക്കുന്നതിനും കൃത്യമായി അളക്കുന്നതിനും ഉള്ള കഴിവും ഈ ഘട്ടത്തിൽ ഉണ്ടാകണം.

ഗണിതത്തിലെ യുക്തിചിന്ത

ഗണിതത്തിന് യുക്തിപരമായ ഘടനയുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി എണ്ണൽസംഖ്യകൾ രൂപപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് 'ഒന്ന്' എന്ന സംഖ്യയുടെ ആവർത്തിച്ചുള്ള സങ്കലനത്തിലൂടെയാണ്. (പട്ടികയിൽ നൽകിയിട്ടുള്ള സങ്കലനരീതി നോക്കുക.) എപ്രകാരമാണ് യുക്തിപരമായ രീതിയിൽ എണ്ണൽസംഖ്യകൾ രൂപപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് എന്ന് ചർച്ച ചെയ്യുക. ഒമ്പതു വരെയുള്ള എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ കഴിഞ്ഞ് പത്ത് (10) രൂപപ്പെടുത്തുന്നതിന്റെ യുക്തി എന്താണ്? 0,1,2, 9 വരെയുള്ള പത്ത് അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ 9 കഴിഞ്ഞ് വരേണ്ട രണ്ടാക്കസംഖ്യ 10 തന്നെയാണ്. ഇത്തരത്തിലുള്ള യുക്തിപരമായ ഘടന ഗണിതത്തിലുടനീളം കാണാൻ സാധിക്കും.

1	= 1
1+1	= 2
2+1	= 3
3+1	= 4
4+1	= 5

ഗണിതപഠനം ഒരാളുടെ ബുദ്ധിപരമായ എല്ലാ കഴിവുകളും വികസിപ്പിക്കാൻ സഹായകമാണ്. യുക്തിപരമായി ചിന്തിക്കാനുള്ള കഴിവ് ഏതൊരു വ്യക്തിയുടേയും ജീവിതവിജയത്തിന് അത്യന്താപേക്ഷിതമാണ്. ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളുടെ അപഗ്രഥനത്തിലൂടെയും നിർധാരണത്തിലൂടെയും ഈ ശേഷിവികസനം സാധ്യമാകുന്നു. നിരീക്ഷണപാടവം, മനപ്പാഠമാക്കാനുള്ള കഴിവ്, പുതിയ കാര്യങ്ങൾ കണ്ടെത്താനുള്ള കഴിവ്, സൃഷ്ടിപരത തുടങ്ങിയ കഴിവുകളും ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ നേടാവുന്നതാണ്.

യുക്തിചിന്താവികസനത്തിന് സഹായകമായ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ പാഠപുസ്തകങ്ങളിൽ നിന്ന് കണ്ടെത്തുക.

ഉദാ: ഒരു ചതുരക്കടലാസ് ഉണ്ട്. ഈ ചതുരത്തിന്റെ നീളം 10% കൂടുകയും വീതി 10% കുറയുകയും ചെയ്താൽ പരപ്പളവിൽ മാറ്റം ഉണ്ടാകുമോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ എത്ര ശതമാനം? ഇത്തരത്തിലുള്ള ഏതൊരു പ്രായോഗിക പ്രശ്നവും യുക്തിചിന്താവികസനത്തിന് സാധ്യമാകുന്നു.

ചിന്തയുടെ ഗണിതവൽക്കരണം (Mathematisation of thought process)

ദേശീയപാഠ്യപദ്ധതി ചട്ടക്കൂടിൽ (NCF 2005) ഗണിതത്തെക്കുറിച്ചുള്ള നിലപാടുരേഖയിൽ ഗണിതത്തിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യമായി പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത് ചിന്തയുടെ ഗണിതവൽക്കരണം എന്ന സ്വഭാവ സംസ്കരണമാണ്. തെളിമയുള്ള ചിന്ത, അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങളിൽ നിന്ന് യുക്തിപൂർവ്വം നിഗമനങ്ങളിലെത്താനുള്ള കഴിവ്, അമൂർത്തമായ ആശയങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യാനുള്ള ശേഷി, പ്രശ്നങ്ങൾ ചിട്ടയായി വിശകലനം ചെയ്യാനും നിർധാരണം ചെയ്യാനുമുള്ള സന്നദ്ധത എന്നിവയാണ് ഈ സംസ്കരണത്തിന്റെ ഭാഗമായി എൻ.സി. ഇ.ആർ.ടി ഈ രേഖയിൽ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇവയെല്ലാം മറ്റു വിഷയങ്ങളുടെ പഠനത്തിൽ ഉണ്ടെങ്കിലും കൂടുതൽ പ്രകടമാകുന്നത് ഗണിതത്തിലാണ്.

പ്രവർത്തനം

ഈ വർഷത്തെ മാർച്ച് 15 ശനിയാഴ്ചയാണെങ്കിൽ ജൂലായ് 15 ഏത് ദിവസമായിരിക്കും? ഈ പ്രശ്നത്തിന്റെ ഉത്തരം കണ്ടെത്താനായി നിങ്ങൾ സ്വീകരിക്കുന്ന മാർഗ്ഗം എന്താണ്. ചിന്തയെ ഗണിതവൽക്കരിച്ചാൽ എളുപ്പത്തിൽ ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുമോ?

വിലയിരുത്തൽ :

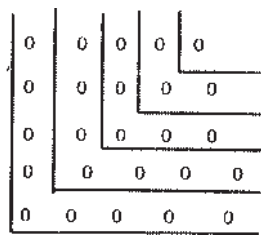
യുക്തിചിന്താവികാസത്തിന് സഹായകമായ പസിലുകളുടെ/ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളുടെ പതിപ്പ്/ശേഖരം തയ്യാറാക്കുക.

ഗണിതത്തിലെ ദൃശ്യവൽക്കരണം

ഗണിതസന്ദർഭങ്ങളെ ദൃശ്യവൽക്കരിക്കാനും ദൃശ്യവൽക്കരിച്ചതിനെ വ്യാഖ്യാനിക്കാനും മുള്ള കഴിവാണു് കുട്ടിയുടെ പ്രശ്നനിർധാരണശേഷിയെ നിർണയിക്കുന്നത്. ഗണിതാശയങ്ങൾക്കും ഗണിതചിന്തകൾക്കും ജ്യാമിതീയപരിപ്രേക്ഷ്യം നൽകി അവതരിപ്പിക്കുന്നതിലൂടെ ഈ ദൃശ്യവൽക്കരണത്തിന്റെ രീതിശാസ്ത്രം കുട്ടികൾക്കും ബോധ്യമാകും. ഏതൊരു ഗണിതാശയത്തിലും മുർത്തമായ വിഷയം പ്രയോജനപ്പെടുത്തുന്നത് ആശയരൂപീകരണം എളുപ്പത്തിലാക്കും. പിന്നീട് ഈ വിഷയം തലത്തിൽ നിന്ന് ഗണിതത്തെ അതിന്റെ അമൂർത്തതയിൽ തന്നെ സ്വീകരിക്കാനും അവർക്ക് സാധിക്കുന്നു.

പഠനപ്രശ്നം ഏറ്റെടുക്കുന്നതിൽ തുടങ്ങി പ്രശ്നനിർധാരണം പൂർത്തിയാക്കി കൂടുതൽ തെളിവുകളുടെ അന്വേഷണത്തിലേക്ക് അവന്റെ ചിന്ത മുന്നേറുന്നതിനുവരെ ഈ ദൃശ്യവൽക്കരണം അനിവാര്യമാണ്. ഒരു പഠനാനുഭവത്തിന്റെ ഏത് ഘട്ടത്തിലും ദൃശ്യാനുഭവം കുട്ടിക്ക് നൽകാവുന്നതാണ്. ഗണിതാശയരൂപീകരണത്തിന് ഉപയുക്തമായ ഒരു ഉപാധിയാണ് ചിത്രീകരണം. തന്നിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ പട്ടികപ്പെടുത്തുക. അവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക തുടങ്ങിയവയിലൂടെ വിവരങ്ങളെ വിശകലനം ചെയ്യാനും വ്യാഖ്യാനിക്കാനും കുട്ടിക്ക് എളുപ്പമാവുന്നു. പല സങ്കീർണ്ണ ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളുടെയും അപഗ്രഥനത്തിന് അതിന്റെ ചിത്രീകരണം കുട്ടിക്ക് സാധ്യത തുറന്നു കൊടുക്കുന്നു.

ഉദാ: (1)



$$1+3+5+7+9 = 25 = 5^2$$

ഉദാ: (2)

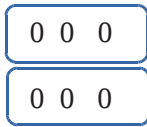


$$1+2+3+4+5+4+3+2+1 = 25 = 5^2$$

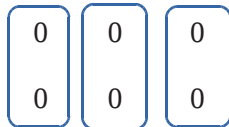
സമചതുരസംഖ്യകളെ ഇത്തരത്തിൽ ദൃശ്യവൽക്കരിക്കുന്നതിലൂടെ എന്തൊക്കെ നിഗമനങ്ങളിലെത്തിച്ചേരാം?

ഉദാ : (3)

$$2 \times 3 = 3 \times 2$$



3 ന്റെ 2 ഗ്രൂപ്പുകൾ
 2×3



2 ന്റെ മൂന്ന് ഗ്രൂപ്പുകൾ
 3×2

ഉദാ : (4)



$\frac{1}{2}$ ന്റെ ദൃശ്യവൽക്കരണം

ഉദാ : (5)



$\frac{3}{4}$ ന്റെ ദൃശ്യവൽക്കരണം

ഈ രീതിയിൽ വ്യത്യസ്ത ഗണിതാശയങ്ങളുടെ ദൃശ്യവൽക്കരണം തയ്യാറാക്കുക.

അസൈൻമെന്റ് :

1,2,3,4 ക്ലാസുകളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങളിൽ ഗണിതാശയങ്ങളുടെ ദൃശ്യവൽക്കരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക?

ഗണിതപഠനത്തിലെ കൃത്യതയും സൂക്ഷ്മതയും

- സൂപ്പിയിൽ നൂല് കോർക്കാനുള്ള മത്സരം നടക്കുകയാണ് ഒരാൾക്ക് 20 സെക്കന്റ് വീതമുള്ള 5 അവസരങ്ങളാണുള്ളത്.
- ക്ലോക്കിൽ സമയം 10 മണി കഴിഞ്ഞ് 29 മിനിട്ടും 30 സെക്കന്റും ആണ്. ഈ സമയത്തെ ഒരാൾ പത്തരയായി എന്നും ഒരാൾ പത്തു മണി 29 മിനുട്ട് എന്നും ഒരാൾ പത്തു മണി 29 മിനുട്ട് 15 സെക്കന്റ് എന്നും പറഞ്ഞാൽ ആര് പറഞ്ഞതിനാണ് കൃത്യത കൂടുതൽ!?

- ഗണിതശാസ്ത്രം വസ്തുതകളെ സൂക്ഷ്മമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നു. ഗണിതശാസ്ത്രം വസ്തുതകളെ കൃത്യമായി ആവിഷ്കരിക്കുന്നു.

നമുക്ക് ലഭിച്ചിരിക്കുന്ന അളവ് ശരിയായ അളവിനോട് എത്രമാത്രം അടുത്താണ് എന്നതനുസരിച്ച് അതിന്റെ കൃത്യത കൂടുന്നു.

ഒരാൾ 100 മീറ്റർ ഓടാനെടുത്ത സമയത്തെ 10 സെക്കന്റ് എന്നു പറയുന്നതിനേക്കാൾ കൃത്യത 10.25 സെക്കന്റ് എന്നു പറയുമ്പോഴുണ്ട്.

ചെയ്യുന്ന കാര്യത്തിന്റെ കൃത്യതയുണ്ടാവാൻ പുലർത്തുന്ന ശ്രദ്ധ അഥവാ ജാഗ്രതയാണ് സൂക്ഷ്മത.

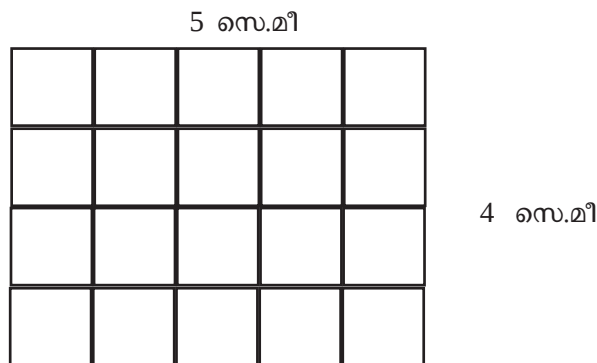
സൂക്ഷ്മത ഗുണപരമാണ്. എന്നാൽ കൃത്യത അങ്ങനെയാവണമെന്നില്ല.

വിലയിരുത്തൽ :

സൂക്ഷ്മതയും കൃത്യതയും ബോധ്യപ്പെടുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ എഴുതി ഒരു കുറിപ്പ് തയ്യാറാക്കുക.

മൂർത്ത / അമൂർത്ത സ്വഭാവം

- ഗണിതശാസ്ത്രങ്ങൾ മിക്കവയും അമൂർത്തസ്വഭാവമുള്ളവയാണ്. പഞ്ചേന്ദ്രിയങ്ങൾക്ക് വിഷയീഭവിക്കാത്ത ഇത്തരം ആശയങ്ങളെ മൂർത്തസ്വഭാവമുള്ളവയാക്കി ക്ലാസ്റു മിൽ അവതരിപ്പിക്കാവുന്നതാണ്.
- ഉദാ: 5 എന്ന സംഖ്യ പരിചയപ്പെടുത്തുന്നതിന് 5 മൂർത്ത വസ്തുക്കളുമായി (പേന, ബുക്ക്, മുത്തുകൾ പോലുള്ളവ) അതിനെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്നു. 5 വസ്തുക്കളെ വ്യത്യസ്തതരത്തിൽ കൂട്ടങ്ങളാക്കുന്നു. അവ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- $3 + 4 = 7$ എന്ന സങ്കലനവസ്തുത ബോധ്യപ്പെടുന്നതിന് മൂന്നു പൂക്കൾ, നാലു പൂക്കൾ ഇവ ചേർത്ത് ഏഴു പൂക്കൾ എന്ന് മൂർത്തമായ രീതിയിൽ അവതരിപ്പിക്കുന്നു.
- 7 എന്ന സംഖ്യയെ ഏതൊക്കെ രീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനിക്കാം?
- ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = നീളം $\times$ വീതി എന്ന ഗണിതതത്വം വസ്തുനിഷ്ഠമായും ചിത്രീകരണത്തിലൂടെയും (ആകെ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണം) ബോധ്യപ്പെടുന്നു.



ഇതുപോലെ വ്യത്യസ്ത ചതുരങ്ങളെ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങളാക്കി തിരിച്ച് ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = നീളം X വീതി എന്ന തത്വത്തിലെത്തുന്നു.

വിലയിരുത്തൽ :

അമൂർത്താശയങ്ങളെ മുർത്തമാക്കി അവതരിപ്പിക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ അടങ്ങിയ റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.

മറ്റു വിഷയങ്ങളുമായി ഗണിതത്തിനുള്ള ബന്ധം

ഏതൊരു വിഷയത്തിന്റെ പഠനത്തിനും ഗണിതം സുപ്രധാന പങ്കുവഹിക്കുന്നു. ഭൗതികശാസ്ത്രം, രസതന്ത്രം, സാമ്പത്തികശാസ്ത്രം, ഭൂമിശാസ്ത്രം, ജ്യോതിശാസ്ത്രം തുടങ്ങിയ വിഷയങ്ങളുടെ പഠനത്തിൽ നിർണായകമായ സ്ഥാനമാണ് ഗണിതത്തിനുള്ളത്.

വിവിധഭാഷകൾ, കലാവിദ്യാഭ്യാസം, കായികവിദ്യാഭ്യാസം, പ്രവൃത്തിപരിചയ വിദ്യാഭ്യാസം, എന്നിവയുടെ പഠനത്തിനും ഗണിതം ആവശ്യമാണ്.

ഉദാ: ഒരു വോളിബോൾ കോർട്ടിന്റെ നിർമ്മാണം (മറ്റ് ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടി ചർച്ചചെയ്യണം.)

1. ഗണിതശാസ്ത്രവും ചരിത്രവും

ചരിത്രമെന്നുള്ളത് ഗതകാല സംഭവങ്ങളുടെ ക്രമീകൃതമായതും ചിട്ടയോടുകൂടിയതുമായ പഠനമാണ്. ഇതിന് സംഭവങ്ങളുടെ വിവരണത്തിനും ശരിയായ വ്യാഖ്യാനത്തിനും ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലുള്ള പരിജ്ഞാനം ആവശ്യമാണ്. ബി.സി 326ൽ മഹാനായ അലക്സാണ്ടർ ഇന്ത്യയെ ആക്രമിച്ചു എന്നത് ചരിത്രം. എത്രവർഷം മുമ്പാണ് അദ്ദേഹം ഇന്ത്യയെ ആക്രമിച്ചത് എന്നറിയണമെങ്കിൽ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സഹായം ആവശ്യമാണല്ലോ. ഇവിടെ ചരിത്രവും കണക്കും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമാണ് കാണിക്കുന്നത്. ചരിത്രപരമായ എത്ര പ്രധാനപ്പെട്ട റിക്കാർഡായാലും ശരി സമയത്തെയും കാലത്തെയും കുറിച്ച് ശരിയായ ധാരണയോടുകൂടിയല്ലാത്തതാണ് അതെങ്കിൽ ആ രേഖ തികച്ചും അർത്ഥമില്ലാത്തതുതന്നെയായിരിക്കും. നേരത്തേകൊടുത്ത ഉദാഹരണത്തിൽ എന്നാണ് അലക്സാണ്ടർ ഇന്ത്യയെ ആക്രമിച്ചതെന്നു മാത്രമേ ചരിത്രം നമുക്കു പറഞ്ഞുതരുന്നുള്ളൂ. അതിനുശേഷം ഇപ്പോൾ എത്ര വർഷം കഴിഞ്ഞിരിക്കുന്നു എന്നു കണ്ടെത്താൻ നാം ഗണിതശാസ്ത്രത്തെ ആശ്രയിച്ചേതീരു. ഇതുപോലെ ടൈംലൈൻ, ഓരോ രാജവംശത്തിന്റെയും ഭരണകാലം തുടങ്ങിയ ചരിത്രകാര്യങ്ങളെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് പൂർണ്ണമാക്കുന്നതിന് പഠിതാക്കൾക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രപരിജ്ഞാനം കൂടിയേ തീരു. ഇവിടെ ചരിത്രവും ഗണിതശാസ്ത്രവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധമാണ് കാണുന്നത്.

2. ഗണിതശാസ്ത്രവും ഭൂമിശാസ്ത്രവും

ഭൂമിശാസ്ത്രമെന്നത് ഭൂമിയെക്കുറിച്ചും പ്രപഞ്ചത്തെക്കുറിച്ചുമുള്ള ശാസ്ത്രീയവും ഗണിതശാസ്ത്രപരവുമായ വിവരണം മാത്രമാണ്. ഭൂമിശാസ്ത്രപഠനത്തിന് ഗണിതശാസ്ത്രവിജ്ഞാനം ആവശ്യമാണ്. ഇതിന് എത്ര ഉദാഹരണങ്ങൾ വേണമെങ്കിലും നിരത്തി

വയ്ക്കാനുണ്ട്. ഭൂമിയുടെ അളവ്, വലുപ്പം, ദിനരാത്രങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നത്, സൂര്യഗ്രഹണം, ചന്ദ്രഗ്രഹണം, കടലൊഴുക്കുകൾ, കാലാവസ്ഥയിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റം, വർഷപാതം, തുടങ്ങിയ ഭൂമിശാസ്ത്രത്തിലെ പല കാര്യങ്ങളിലും ശരിയായ അറിവു ലഭിക്കുവാൻ ഗണിതശാസ്ത്രമാണ് സഹായിക്കുന്നത്. ഭൂപ്രക്ഷേപങ്ങളെക്കുറിച്ച് ശരിയായ ധാരണ പഠിതാവിന് ഉണ്ടാകണമെങ്കിൽ അയാൾക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രവിജ്ഞാനം ഉണ്ടായിരിക്കണം. ഇവയെല്ലാം വ്യക്തമാക്കുന്നത് ഭൂമിശാസ്ത്രവും ഗണിതശാസ്ത്രവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധത്തെയാണ്.

3. ഗണിതശാസ്ത്രവും മനശ്ശാസ്ത്രവും

മനശ്ശാസ്ത്രം വ്യവഹാരശാസ്ത്രമായിട്ടാണ് ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നതെങ്കിലും അളവുകളുമായും അത് ഇന്നു വളരെ ബന്ധപ്പെട്ടുകഴിഞ്ഞിരിക്കുന്നു. മനുഷ്യബുദ്ധിയെ അളന്നു തിട്ടപ്പെടുത്തുവാൻ മനശ്ശാസ്ത്രം മാർഗം കണ്ടെത്തി. അതിന് ഒരു ഗണിതവാക്യം രൂപീകരിച്ചു.

$$IQ = \frac{M.A \times 100}{C.A} \quad \text{എന്നാണ് ആ ഗണിതവാക്യം. ഇതേത്തുടർന്ന്,}$$

മനുഷ്യന്റെ എല്ലാവിധ കഴിവുകളേയും അളന്നു തിട്ടപ്പെടുത്തുവാനാണ് മനശ്ശാസ്ത്രം തയ്യാറായത്. ഇത് മനശ്ശാസ്ത്രത്തെ ഗണിതശാസ്ത്രവുമായി വളരെ അടുപ്പിച്ചു. 'ടോപ്പോളജിക്കൽ സൈക്കോളജി' മനശ്ശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഇന്നത്തെ ഒരു നൂതന ശാഖയാണ്. ഇത് അധിഷ്ഠിതമായിരിക്കുന്നതുകൊണ്ട് ഗണിതശാസ്ത്രശാഖയായ 'ടോപ്പോളജി'യിലാണ്. മനശ്ശാസ്ത്രവും ഗണിതശാസ്ത്രവും തമ്മിൽ സഹബന്ധം പുലർത്തുന്നുണ്ടെന്നാണ് ഇതു സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

4. ഗണിതശാസ്ത്രവും ഭൗതികശാസ്ത്രവും

ഭൗതികശാസ്ത്രവും ഗണിതശാസ്ത്രവും പരസ്പരപൂരകങ്ങളായ വിഷയങ്ങളാണ്. ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിലെ പ്രാഥമികമായ അളവുകൾ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെയും ഒരു ശാഖതന്നെയാണ്. ഗണിതശാസ്ത്രപരിജ്ഞാനം കൂടാതെ ഭൗതികശാസ്ത്രപഠനം സാധ്യമല്ല എന്നു തന്നെ പറയാം. ഭൗതികശാസ്ത്രപഠനത്തിന് അടിസ്ഥാനമായ വിഷയമാണ് ഗണിതശാസ്ത്രം. ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിൽ പല പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളും നിർധാരണം ചെയ്യേണ്ടി വരും. ഇവയുടെ നിർധാരണത്തിന് ഗണിതശാസ്ത്രപരിജ്ഞാനം കൂടിയേതീരൂ. ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിലെ 'ന്യൂക്ളിയർ ഫിസിക്സ്' എന്ന ശാഖ 'ഭൗതികശാസ്ത്രത്തെ ഗണിതശാസ്ത്രവുമായി വളരെ അടുപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ന്യൂക്ളിയർ ഫിസിക്സ് ഇന്ന് ഗണിതശാസ്ത്രത്തെ ഭൗതികശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഒരു പ്രായോഗിക മേഖലയാക്കിത്തീർത്തിരിക്കുകയാണ്.

ഇതുപോലെ രസതന്ത്രത്തിനും ഗണിതശാസ്ത്രത്തോട് ബന്ധമുണ്ട്. രസതന്ത്രത്തിലെ 'അറ്റോമിക് കെമിസ്ട്രി', 'ഓർഗാനിക് കെമിസ്ട്രി' തുടങ്ങിയ ശാഖകളിൽ ഗണിതശാസ്ത്രതത്വങ്ങളുടെ പ്രയോഗം ആവശ്യമാണ്. ഈ രീതിയിലെല്ലാം ഭൗതികശാസ്ത്രങ്ങളുമായി ഗണിതശാസ്ത്രം സഹബന്ധം പുലർത്തുന്നു.

5. ഗണിതശാസ്ത്രവും പ്രകൃതിശാസ്ത്രവും

ഗണിതശാസ്ത്രവുമായി യാതൊരു ബന്ധവുമില്ലാത്ത വിഷയമായിട്ടാണ് പ്രകൃതി ശാസ്ത്രത്തെ കണക്കാക്കിവന്നിരുന്നത്. എന്നാൽ 'ബയോമാത്തമാറ്റിക്സ്' എന്നൊരു ശാസ്ത്രശാഖ വികസിച്ചതോടെ ഈ ധാരണയ്ക്ക് മാറ്റം വന്നിരിക്കുന്നു. ഗണിതശാസ്ത്രസൂത്രങ്ങളിലൂടെയും സമീകരണങ്ങളിലൂടെയും ജൈവഘടനകളെ സംബന്ധിച്ച് സൂക്ഷ്മമായി പഠിക്കാൻ കഴിയും എന്ന് ഇന്ന് തെളിയിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. പാരമ്പര്യഗുണങ്ങളുടെ പിൻതലമുറകളിലേക്കുള്ള പകർച്ചയെ സംബന്ധിച്ച് മെൻഡൽ നടത്തിയ പഠനം തെളിയിക്കുന്നത് പ്രകൃതിശാസ്ത്രവും ഗണിതശാസ്ത്രവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെയാണ്. ഇങ്ങനെ ആധുനികകാലത്ത് ഗണിത ശാസ്ത്രവും പ്രകൃതിശാസ്ത്രവും തമ്മിലുള്ള സഹബന്ധം വളരെ ശക്തമായിത്തീർന്നുകൊണ്ടിരിക്കുകയാണ്.

6. ഗണിതശാസ്ത്രവും ധനതത്ത്വശാസ്ത്രവും

ധനതത്ത്വശാസ്ത്രപഠനത്തിലും പഠിതാക്കൾ ഗണിതശാസ്ത്രവിജ്ഞാനവും അതിന്റെ ഭാഷയും ഉപയോഗിച്ചുവരുന്നു. ധനതത്ത്വശാസ്ത്രം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത് വരവുചെലവുകൾ, വ്യാപാരം തുടങ്ങിയവയിൽ അടങ്ങിയിരിക്കുന്ന വിവിധ ഘടകങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധത്തെയാണ്. വിവിധ ഉപഭോക്തൃവസ്തുക്കളുടെ ഉൽപ്പാദനം, വിൽപന, വാങ്ങൽ, വിതരണം തുടങ്ങിയവയെ ക്രമീകരിക്കുന്നത് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സഹായത്തോടെയാണ്. വിവിധ രാഷ്ട്രങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള നാണയവിനിമയ വ്യവസ്ഥയും തീരുമാനിക്കുന്ന ഘടകം ഗണിതശാസ്ത്രമാണ്. ബാങ്കിംഗ്, ഇൻഷുറൻസ് തുടങ്ങിയ എല്ലാ സാമ്പത്തിക സ്ഥാപനങ്ങൾക്കും ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ പോഷണം ലഭിക്കുന്നുണ്ട്. ഇതുകൊണ്ട് ധനതത്ത്വശാസ്ത്രവും ഗണിതശാസ്ത്രവും തമ്മിലും സഹബന്ധമുണ്ടെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

7. ഭാഷ, ഡ്രോയിങ്, സംഗീതം തുടങ്ങിയ വിഷയങ്ങൾ

ഭാഷ, ഡ്രോയിങ്, സംഗീതം, നൃത്തം, കായികവിദ്യാഭ്യാസം, പ്രവൃത്തിപരിചയം തുടങ്ങിയ എല്ലാ വിഷയങ്ങളുമായും ഗണിതശാസ്ത്രം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഭാഷാപഠനത്തിന്റെ ഭാഗമായ വ്യാകരണപഠനത്തിൽ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സ്വാധീനം നമുക്കുകാണാം. ഭാഷ പ്രയോഗിക്കുമ്പോൾ എവിടെയെല്ലാം അൽപ്പവിരാമം (കോമ), പൂർണ്ണവിരാമം (ഫുൾ സ്റ്റോപ്പ്) തുടങ്ങിയവ ആവശ്യമാണെന്നുനിർണയിക്കുന്നതിനു ഗണിതശാസ്ത്രം സഹായിക്കുന്നു. ആശയപ്രകടനത്തിന് വ്യക്തത കൈവരിക്കുന്നതിലും ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ സഹായമുണ്ടെന്ന് സൂക്ഷ്മപഠനം കൊണ്ട് മനസ്സിലാക്കാം. പദ്യത്തിന് ഈണം ലഭിക്കുന്നത് കണക്കനുസരിച്ച് അക്ഷരങ്ങൾ വിന്യസിക്കുമ്പോഴാണ്; അതായത് വൃത്തം ശരിയായിരിക്കുമ്പോഴാണ്. വൃത്തമെന്നുള്ളത് യഥാർഥത്തിൽ ഗണിതശാസ്ത്രപ്രയോഗം തന്നെയാകുന്നു. ഇതുപോലെ പടം വരയ്ക്കുന്നതിലും ഗണിതശാസ്ത്രം പ്രയോജനപ്പെടുത്തുന്നുണ്ടല്ലോ. ഇതുപോലെതന്നെയാണ് ഇതര വിഷയങ്ങളുടെ കാര്യവും.

മറ്റു വിഷയങ്ങളുമായി ഗണിതത്തിനുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തൂ.

വിലയിരുത്തൽ:

ഓരോ വിഷയത്തിനും ഗണിതവുമായുള്ള ബന്ധം വിശദമാക്കുന്ന ആശയ ഭൂപടം തയ്യാറാക്കുക.

ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിലൂടെ നേടുന്ന മൂല്യങ്ങൾ

ഗണിതപഠനത്തിന്റെ ഫലമായി പഠിതാവിൽ വിവിധങ്ങളായ മൂല്യങ്ങളും മനോഭാവങ്ങളും രൂപപ്പെടുന്നുണ്ട്. അവയിൽ ചിലത് പരിചയപ്പെടാം..

- പ്രായോഗികമൂല്യം
- ബുദ്ധിപരമായമൂല്യം
- മനശ്ശിക്ഷണമൂല്യം
- സൗന്ദര്യാത്മകമൂല്യം
- ദേശീയ, സാർവദേശീയമൂല്യം
- തൊഴിൽപരമായമൂല്യം
- സാംസ്കാരികമൂല്യം
- സാമൂഹികമൂല്യം

പ്രായോഗിക മൂല്യം

നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ കുട്ടികളെ പ്രാപ്തമാക്കുകയാണല്ലോ ഗണിതപഠനത്തിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യം. ക്ലാസ് മുറികളിൽ നിന്നും കിട്ടിയ അനുഭവങ്ങൾ കുട്ടിയുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ പ്രയോഗിക്കുന്നതിനുള്ള ആത്മവിശ്വാസം ഗണിതപഠനത്തിലൂടെയാണ് കൈവരേണ്ടത്. പ്രായോഗികമൂല്യങ്ങൾ നേടുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില സാഹചര്യങ്ങൾ താഴെക്കൊടുക്കുന്നു.

- ബാങ്കിടപാടുകൾ നടത്തുക.
- കടയിൽ നിന്നും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുക.
- കെട്ടിടനിർമ്മാണം.
- അളവുകളെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരണ.
- കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.
-
-
-

ബുദ്ധിപരമായ മൂല്യം

കുട്ടിയുടെ ചിന്താശേഷിയെ പരിപോഷിപ്പിക്കുന്ന ഒരു വിഷയമാണ് ഗണിതം. ബുദ്ധിക വികാസത്തിന് ഉതകുന്ന തരത്തിൽ താഴെ പറയുന്ന ചിന്താശേഷികൾ കുട്ടികളിൽ വളർത്തിയെടുക്കാൻ സാധിക്കും.

- യുക്തിചിന്ത വികസിപ്പിക്കൽ
 - വിമർശനാത്മക ചിന്ത
 - അപഗ്രഥിക്കുന്നതിനും കാര്യകാരണബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നതിനുമുള്ള കഴിവ്
- ഈ രീതിയിൽ കുട്ടികളിൽ ബുദ്ധിപരമായ മൂല്യം വളർത്തിയെടുക്കാൻ ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ സാധിക്കും.

മനശ്ശിക്ഷണ മൂല്യം

ഗണിതശാസ്ത്രം അഭ്യസിക്കുമ്പോൾ വിദ്യാർത്ഥികളിൽ ചില സവിശേഷ ചിന്താശീലങ്ങളും മനോഭാവങ്ങളും ശീലങ്ങളും വളരും. തൽഫലമായി പഠിതാവിന് മനശ്ശിക്ഷണ ശേഷി ഉണ്ടാകും. ഈ ശേഷി ജീവിതത്തിന്റെ എല്ലാ മണ്ഡലങ്ങളിലുമുള്ള കുട്ടിയുടെ പ്രവർത്തനത്തിന് സഹായകമാകും. യുക്തിചിന്തയ്ക്കുള്ള കഴിവ്, ശാസ്ത്രീയമനോഭാവം തുടങ്ങിയവ വളർത്തി ബുദ്ധിശക്തിയെതന്നെ വികസിപ്പിക്കാൻ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ അഭ്യസനം സഹായകമാണ്. പലിശയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠം പഠിക്കുമ്പോൾ വിദ്യാർത്ഥി വ്യത്യസ്ത പണമിടപാടുകളെക്കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കുന്നു. പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ മിതവ്യയശീലം ഉറപ്പാക്കുക, അമിതമായ പലിശയ്ക്ക് പണം കടം വാങ്ങാതിരിക്കുക, കടമെടുത്താൽ കൃത്യമായി പണം തിരിച്ചടയ്ക്കുക എന്നീ ശീലങ്ങൾ വളർത്തിയെടുക്കുന്നതിലൂടെ മനശ്ശിക്ഷണമൂല്യം നേടാൻ കുട്ടിക്ക് കഴിയുന്നു. അനേകം നല്ല ശീലങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിന് ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം സഹായകമാണ്. ശാസ്ത്രീയചിന്ത, സൂക്ഷ്മത, ചുരുക്കിപ്പറയാനുള്ള കഴിവ്, ചിട്ട തുടങ്ങിയവ ഇവയിൽ ചിലതാണ്. മനശ്ശിക്ഷണമൂല്യം ഗണിതത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കത്തിലല്ല, പഠനത്തിന്റെ കാര്യക്ഷമതയിലാണ് അധിഷ്ഠിതമായിരിക്കുന്നത് എന്നത് ഉൾക്കൊണ്ടുകൊണ്ട് ഗണിതാധ്യാപകൻ പ്രവർത്തിക്കേണ്ടതാണ്.

സൗന്ദര്യാത്മകമൂല്യം

സംഖ്യാവിന്യാസത്തിലുള്ള താളക്രമം, ജ്യോമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ ഭംഗി, സമമിതി എന്നിവയ്ക്കെല്ലാം ഒരു പ്രത്യേക സൗന്ദര്യമുണ്ട്. കുട്ടികളുടെ മനസ്സിൽ അത്ഭുതവും ആനന്ദവും ഒരേ സമയം ജനിപ്പിക്കാൻ ഇത് പര്യാപ്തമാണ്.

ദേശീയ, സാർവദേശീയ മൂല്യം

ദേശീയബോധവും സാർവദേശീയ ചിന്താഗതിയും വളർത്തുന്നതിന് ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം സഹായകമാകും. ഭാരതത്തിലെ പ്രാചീനഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരെക്കുറിച്ചും അവർ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിനു നൽകിയ സംഭാവനകളെക്കുറിച്ചും കുട്ടികൾ അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ദശസംഖ്യാ സമ്പ്രദായം, പൂജ്യം എന്ന ആശയം തുടങ്ങി ധാരാളം കണ്ടു പിടിത്തങ്ങൾ ഭാരതീയരുടെ സംഭാവനയാണ്. ഭാരതീയർ നൽകിയ മറ്റു സംഭാവനകളെക്കുറിച്ചുള്ള അന്വേഷണം ആകാവുന്നതാണ്. **ആര്യഭടൻ, വരാഹമിഹിരൻ, ഭാസ്കരാചാര്യർ, രാമാനുജൻ** എന്നിവരെല്ലാം ശാസ്ത്രത്തിലെ അത്ഭുത പ്രതിഭകളായി പരിഗണിക്കപ്പെടുന്നു. ഈ വസ്തുതകൾ മനസ്സിലാക്കുന്ന ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്ക് നമ്മുടെ നാടിനെക്കുറിച്ച് അഭിമാനിക്കാം. ദേശീയമായ ഈ ബോധത്തോടൊപ്പം സാർവദേശീയ ചിന്താഗതിയും വളരുന്നതിന് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ പഠനം സഹായമാകുന്നു. **പൈതഗോറസ്, ആർക്കിമിഡീസ്, യുക്ലിഡ്** തുടങ്ങിയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ നൽകിയ സംഭാവനകളുടെ മഹത്തായ ഫലം നമ്മളും അനുഭവിക്കുന്നുണ്ടെന്ന ഒരു സാർവദേശീയ ബോധം കുട്ടികളിൽ വളർത്താൻ സാധിക്കും. ആ മഹദ് വ്യക്തിത്വങ്ങളെ അറിഞ്ഞ് ആദരിക്കുകയും ചരിത്രപരമായ കാഴ്ചപ്പാട് സ്വീകരിക്കുകയും അതിലൂടെ അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികളെ ചരിത്രത്തിന്റെ പ്രാധാന്യത്തിലേക്ക് നയിക്കുകയും വേണം.

തൊഴിൽപരമായ മൂല്യം

ഭാവിയിൽ ഏതുതൊഴിലും സ്വീകരിക്കുവാനുള്ള സന്നദ്ധത കുട്ടികളിൽ വളർത്തിയെടുക്കാൻ ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ സാധിക്കും. ഏതൊരു തൊഴിലിലും ഏർപ്പെടുന്ന ഒരു വ്യക്തി കൃത്യമായി ജോലിചെയ്യുക, സമയബന്ധിതമായും വേഗത്തിലും കൃത്യതയോടെയും ജോലിചെയ്യുക തുടങ്ങിയവ തൊഴിൽപരമായ മൂല്യങ്ങളാണ്. ഇത് കൈവരിക്കുന്നത് ഗണിത പഠനത്തിലൂടെയാണ്. കൃത്യത, സൂക്ഷ്മത, വേഗത, അടക്കം ചിട്ടയോടും കൂടി കാര്യങ്ങൾ ചെയ്യുക എന്നീ ഗുണങ്ങൾ ഒരു ഗണിതാധ്യാപകൻ ഗണിതക്ലാസിൽ പ്രാവർത്തികമാക്കുകയും ഒരു നല്ല മാതൃകയായി അധ്യാപകൻ മാറുകയും വഴി കുട്ടികളിൽ തൊഴിൽപരമായ മൂല്യം വളരുന്നു. ഭാവിയിൽ ഏതു തൊഴിൽ സ്വീകരിക്കുമ്പോഴും അധ്യാപകന്റെ മാതൃക കുട്ടികളിൽ മായാതെ കിടക്കുകയും അത് അവൻ ഏറ്റെടുത്തിരിക്കുന്ന തൊഴിൽ മേഖലയിൽ കൂടുതൽ ഉന്നതിയിലേക്കെത്താൻ പ്രാപ്തനാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

സാംസ്കാരിക മൂല്യം

ഗണിതശാസ്ത്രം അഭ്യസിക്കുന്നതിന്റെ ഫലമായി കുട്ടികളുടെ സാംസ്കാരിക നിലവാരം ഉയരുന്നു. അതിനെയാണ് സാംസ്കാരിക മൂല്യമായി കരുതപ്പെടുന്നത്. സൗന്ദര്യസ്വാദനശേഷി വർദ്ധിപ്പിക്കുക, വിശ്രമസമയവിനോദമെന്ന നിലയിൽ ഗണിതശാസ്ത്ര സംബന്ധികളായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ സ്വീകരിക്കുക, അഭിലഷണീയങ്ങളായ ശീലങ്ങൾ രൂപവൽക്കരിക്കുക എന്നീ രീതിയിലാണ് സാംസ്കാരികമായ വളർച്ച ഉണ്ടാവുന്നത്. അധ്യാപകന്റെ ശരിയായ സമീപനത്തിലൂടെ കുട്ടികളിൽ ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിൽ ശരിയായ ഉത്സാഹം ജനിപ്പിക്കാനാവും. അതു സാധിച്ചാൽ ഒരു വിശ്രമസമയവിനോദമെന്ന നിലയിൽ ഗണിതസംബന്ധിയായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ സ്വീകരിക്കാൻ അവർ താൽപ്പര്യം കാണിക്കും. മാന്ത്രികചതുരങ്ങളുടെ നിർമ്മാണം, ഗണിതശാസ്ത്രം ഉൾക്കൊള്ളുന്ന കളികൾ, ജിജ്ഞാസ ഉണർത്തുന്ന രീതിയിലുള്ള കടങ്കഥകളും കളികളും മറ്റും നൽകുകവഴി ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തെ നല്ലൊരു ഒഴിവുകാലവിനോദോപാധിയാക്കിമാറ്റാം. ജ്യോതിതീയരൂപമാതൃകകൾ നിർമ്മിച്ച് നിറം പിടിപ്പിക്കുക, നല്ല മാതൃകകൾ നൽകി സൗകര്യാനുസരണം അവ നിർമ്മിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക, ഗണിതശാസ്ത്രചരിത്രത്തിലെ പ്രധാന വ്യക്തികളുടെ ജീവിതകഥകളും രസകരമായ സംഭവകഥകളും വിദ്യാർത്ഥികളെ പരിചയപ്പെടുത്തുക, അവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ സൂചന നൽകിക്കൊണ്ട് വായിക്കാനുള്ള അവസരം നൽകുക എന്നിവ സാംസ്കാരികവളർച്ചയ്ക്ക് സഹായകമായിരിക്കും. ഗണിതശാസ്ത്രചരിത്രപശ്ചാത്തലം മനസ്സിലാക്കിക്കൊണ്ട് ഗണിതം പഠിക്കുന്ന ഒരു വിദ്യാർത്ഥിയിൽ സാംസ്കാരികമൂല്യം വളർത്തിയെടുക്കുവാൻ സാധിക്കുമെന്നതിൽ സംശയമില്ല.

സാമൂഹിക മൂല്യം

ഒരു സാമൂഹ്യജീവി എന്ന നിലയിൽ ഒരു വ്യക്തിക്ക് ഉണ്ടായിരിക്കേണ്ട മനോഭാവങ്ങളിൽ ചിലതാണ് സഹകരണമനോഭാവം, ജനാധിപത്യമനോഭാവം, നേതൃപാടവം, ധൈര്യപൂർവ്വം കാര്യങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടാനുള്ള കഴിവ്, സത്യസന്ധത, കൃത്യനിഷ്ഠ, ആശയവിനിമയശേഷി തുടങ്ങിയവ. ഗണിതപഠനത്തിലൂടെയും അധ്യാപകന്റെ ഫലപ്രദമായ ഇടപെടലിലൂടെയും ഒരു കുട്ടിക്ക് ഇവ നേടുന്നതിനും ഭാവിയിൽ സമൂഹത്തിൽ പ്രയോ

ജനപ്പെടുന്നവിധം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നതിനും സാധിക്കും. ഇതിലൂടെ സമൂഹത്തിലെ ഒരംഗമായി സമൂഹവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട നല്ല ഒരു വ്യക്തിത്വത്തിന് ഉടമയാവാൻ ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്കു കഴിയും.

പ്രവർത്തനം

ഗണിതശാസ്ത്ര പഠനത്തിലൂടെ നേടുന്ന മൂല്യങ്ങൾ

ഓരോന്നിനും അനുയോജ്യമായ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി സെമിനാറിൽ അവതരിപ്പിക്കും.

വിലയിരുത്തൽ :

ഗണിതപഠനമൂല്യങ്ങളും മനോഭാവങ്ങളും : സെമിനാർ
(അവതരണം, റിപ്പോർട്ട്)

☛ ഈ യൂണിറ്റിലൂടെ കടന്നുപോകുമ്പോൾ ഊന്നൽ നൽകുന്ന ആശയങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്നവയാണ്.

- സംഖ്യകളുടെ ശാസ്ത്രമാണ് ഗണിതം
- എല്ലാശാസ്ത്രങ്ങളുടെയും അടിസ്ഥാനമാണ് ഗണിതം
- പാഠ്യേണുകളെയും ബന്ധങ്ങളെയും കുറിച്ചുള്ള പഠനമാണ് ഗണിതം
- പ്രായോഗിക കണക്കുകൂട്ടലുകൾക്കപ്പുറം യുക്തിയുടെ സ്വതന്ത്ര സഞ്ചാരം കൂടിയാണ് ഗണിതം
- ഗണിതം ഒരു ഭാഷയാണ്.
- ഗണിതത്തിലൂടെയുള്ള ആശയ വിനിമയം(ഗ്രാഫുകൾ, പട്ടികകൾ, ഡയഗ്രാം)
- വസ്തുക്കളെ സൂക്ഷ്മമായും സംക്ഷിപ്തമായും അവതരിപ്പിക്കാനുള്ള ഉപാധി
- നിത്യ ജീവിതത്തിലെ വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രശ്ന പരിഹാരണത്തിന് ഗണിതം പ്രയോജനപ്പെടുത്തുന്നു.
- ഗണിതം യുക്തിചിന്തയിൽ അധിഷ്ഠിതമാണ്.
- ഏതൊരു ഗണിതാശയവും കാര്യകാരണ ബന്ധം കണ്ടെത്തി യുക്തിപൂർവ്വം ചിന്തിച്ച് സമർത്ഥിക്കാനുള്ള ശേഷിയിൽ അധിഷ്ഠിതമാണ്.
- അമൂർത്താശയങ്ങളെ മൂർത്തമാക്കാൻ ദൃശ്യവൽക്കരണം പ്രയോജനപ്പെടുന്നു.
- ദൃശ്യവൽക്കരണത്തിലൂടെ ഗണിതാശയ രൂപീകരണവും പ്രശ്ന പരിഹാരണവും എളുപ്പമാക്കാം.
- പ്രശ്ന പരിഹാരണത്തിൽ കൃത്യതയും സൂക്ഷ്മതയും പുലർത്തേണ്ടതുണ്ട്.
- കൃത്യതയുടെയും സൂക്ഷ്മതയുടെയും അളവുകോൽ സന്ദർഭങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് വ്യത്യസ്തമാണ്. (Context Sensitive)

- അമൂർത്തമായ ഗണിതാശയങ്ങളെ മൂർത്ത/അർധമൂർത്ത വസ്തുക്കളുടെ/ അനുഭവങ്ങളുടെ സഹായത്തോടെ അവതരിപ്പിക്കാൻ കഴിയും.
- എല്ലാ വിഷയങ്ങളും ഗണിതവുമായി പ്രത്യക്ഷമായോ പരോക്ഷമായോ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- ഗണിത പഠനത്തിലൂടെ വിവിധങ്ങളായ മൂല്യങ്ങൾ കൂട്ടി സ്വാംശീകരിക്കുന്നു. (പ്രായോഗികമൂല്യം, മന:ശിക്ഷണമൂല്യം, സൗന്ദര്യാത്മകമൂല്യം, ദേശീയ സാർവദേശീയ മൂല്യം, തൊഴിൽപരമായ മൂല്യം, സാംസ്കാരികമൂല്യം, സാമൂഹികമൂല്യം).

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഗണിതം ഒരു ഭാഷയാണ്. ഈ പ്രസ്താവനയെ സാധൂകരിക്കുന്നതിന് നിങ്ങൾ നിരത്തുന്ന വാദഗതികൾ എന്തൊക്കെയാണ്?
2. ഗണിത പഠനത്തിലൂടെ വിവിധങ്ങളായ മൂല്യങ്ങൾ കൂട്ടി സ്വാംശീകരിക്കുന്നു. ഇതിനായി ഒരു ഗണിതാധ്യാപികയ്ക്ക് കൂട്ടിയെ എങ്ങനെയെല്ലാം സഹായിക്കാൻ കഴിയും?
3. ഗണിതാശയങ്ങളുടെ ദൃശ്യവൽക്കരണം വ്യക്തമാക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ ലോവർ പ്രൈമറി ക്ലാസ്സിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയും വികാസവും

ആമുഖം

പ്രൈമറി ക്ലാസിൽ ഗണിതം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്ന അധ്യാപകർക്ക് പ്രസ്തുത വിഷയത്തിൽ സമഗ്രമായ ധാരണ ആവശ്യമാണ്. വിഷയത്തിലുള്ള ധാരണ പഠന ബോധന പ്രക്രിയയെ കൃത്യതപ്പെടുത്താനും ഫലപ്രദമാക്കാനും ഏറെ സഹായിക്കും. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയെയും വികാസത്തെയും കുറിച്ച് സാമാന്യമായി മനസ്സിലാക്കാൻ സഹായിക്കുന്ന വിവരങ്ങളാണ് ഈ യൂണിറ്റിൽ ചർച്ച ചെയ്യുന്നത്.

ഗണിതശാസ്ത്രചരിത്രപഠനത്തിന്റെ ആവശ്യകത

വിവിധ കാലഘട്ടങ്ങളിൽ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിനുണ്ടായ വളർച്ച അറിയാനും ഓരോ ശാഖയിലും ഉണ്ടായിട്ടുള്ള കണ്ടെത്തലുകൾ മനസ്സിലാക്കാനും ചരിത്രപഠനം നമ്മെ സഹായിക്കുന്നു. ഗണിതശാസ്ത്രകണ്ടുപിടിത്തങ്ങൾ ക്രമീകൃതമായി മനസ്സിലാക്കാനും ഓരോ ശാസ്ത്രജ്ഞനും ഈ രംഗത്ത് നൽകിയിട്ടുള്ള സംഭാവനകൾ അറിയാനും ചരിത്രം അറിയേണ്ടതുണ്ട്. ഓരോ രാജ്യത്തും ഗണിതശാസ്ത്രപഠനങ്ങളും കണ്ടുപിടിത്തങ്ങളും നടന്നതായി ചരിത്രപുസ്തകങ്ങൾ നമ്മെ ബോധ്യപ്പെടുത്തുന്നു.

കേരളത്തിലും ഭാരതത്തിലും ഭാരതത്തിനുപുറത്തുമുള്ള അനേകം ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരുടെ പ്രവർത്തനഫലമായാണ് ഇന്ന് നാം എത്തി നിൽക്കുന്ന ഗണിതശാസ്ത്രം. അവരുടെ കാലഘട്ടവും പ്രവർത്തനങ്ങളും ജീവിതപശ്ചാത്തലവും ഒക്കെ പുതിയ തലമുറ അറിയേണ്ടതുണ്ട്. ഓരോ കാലഘട്ടത്തിലും ഗണിതത്തിനുണ്ടായ വളർച്ച അതിനുമുമ്പ് കണ്ടെത്തിയ കാര്യങ്ങളിൽ നിന്നാണ്. ന്യൂട്ടൻ പറഞ്ഞ വാക്കുകൾ ഇവിടെ ശ്രദ്ധേയമാണ്.

“ഞാൻ എന്തെങ്കിലും നിങ്ങൾക്കായി ചെയ്തിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ അതിനുകാരണക്കാർ എന്റെ പൂർവ്വികരാണ്. അവരുടെ ചുമലിൽ ചവിട്ടിയാണ് ഞാൻ നിൽക്കുന്നത്” - ന്യൂട്ടൻ.

തീർച്ചയായും ഈ പശ്ചാത്തലം പുതിയ തലമുറയ്ക്ക് ഉത്തേജനം നൽകും അവർ കൂടുതൽ പ്രചോദിതരായി പുതിയ കണ്ടെത്തലുകൾ നടത്തി ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ചയെ സഹായിക്കുന്നു. ഗണിതത്തിനുണ്ടായ വളർച്ച ഓരോ കാലഘട്ടത്തിലെയും ആവശ്യത്തിനനുസരിച്ചായിരുന്നു. ഈജിപ്തിലെ വെള്ളപ്പൊക്കവും തുടർന്നുള്ള പ്രശ്നങ്ങളും ജ്യോമിതിയുടെ വളർച്ചയ്ക്ക് സഹായകമായി. അതുപോലെ ശാസ്ത്രത്തിന്റേയും ഭൂമിശാസ്ത്രത്തിന്റേയും എല്ലാ കണ്ടുപിടിത്തങ്ങളിലും ഗണിതത്തിന് നിർണായക പങ്കുണ്ട്. ശാസ്ത്രത്തിന്റെ വളർച്ച ഗണിതത്തിന്റെ വളർച്ചയ്ക്കും സഹായകമായിട്ടുണ്ട്.

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ചരിത്രം

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന് മനുഷ്യസംസ്കാരത്തോളം തന്നെ പഴക്കമുണ്ട്. ഭാരതം, ചൈന, ഈജിപ്ത്, ഇറാൻ, ഗ്രീക്ക് എന്നീ രാജ്യങ്ങളിലാണ് ഗണിതശാസ്ത്രം ആദ്യമായി രൂപപ്പെട്ടത്.

ഭാരതത്തിൽ ഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങൾ പദ്യരൂപത്തിലാണ് രചിക്കപ്പെട്ടത്. മനപ്പാഠമാക്കുവാൻ എളുപ്പമുണ്ട് എന്നതാണ് പദ്യരൂപത്തിലുള്ളവയുടെ സൗകര്യം. പക്ഷേ, പലപ്പോഴും ആറ്റി കുറുക്കി പരമാവധി കുറച്ച് അക്ഷരങ്ങളും പദങ്ങളും ഉപയോഗിച്ചാണ് പദ്യങ്ങൾ രചിച്ചിരുന്നത്. സ്ഥൂലത ഒഴിവാക്കുന്നു എന്ന മെച്ചമുണ്ടെങ്കിലും കാര്യങ്ങൾ പൂർണ്ണമായി മനസ്സിലാക്കുന്നതിന് സാധിക്കാതെ വരുന്ന ഒരു അവ്യക്തത ഇതിന്റെ ഒരു ദോഷമായി ചൂണ്ടിക്കാട്ടാം. ഇങ്ങനെ സംക്ഷിപ്തമാക്കിയതുകാരണം ഗണിത നിയമങ്ങളുടെ തെളിവുകൾ പലപ്പോഴും അവഗണിക്കപ്പെട്ടിരുന്നു. ബുദ്ധിയുള്ളവർ മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളട്ടെ എന്നുള്ള ഒരു ധാരണയായിരുന്നു ആചാര്യന്മാർക്കുണ്ടായിരുന്നത്. പക്ഷേ പിൻക്കാലത്തുണ്ടായ വ്യാഖ്യാന കൃതികളിൽ തെളിവുകൾ കാണാനുണ്ട്.

ബാബിലോണിയക്കാർ പത്ത് അടിസ്ഥാനമാക്കിയ സംഖ്യകളും 60 അടിസ്ഥാനമാക്കിയ സംഖ്യകളും ഉപയോഗിച്ചിരുന്നു. ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് 2300 നും 1600 നും ഇടയ്ക്ക് രചിക്കപ്പെട്ട രണ്ട് കൃതികളിൽ 60 വരെയുള്ള വർഗസംഖ്യകൾ കാണപ്പെടുന്നുണ്ട്. 60 അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളും അവർ കൈകാര്യം ചെയ്തിരുന്നു. അവർ ഒരു വർഷത്തിന് 360 ദിവസമായി തിട്ടപ്പെടുത്തിയിരുന്നു. ഒരു വൃത്തത്തിന് 360 ഡിഗ്രിയെന്ന് കണക്കാക്കിയത് ഇതുകൊണ്ടായിരിക്കാം. പുജ്യത്തെപ്പറ്റി അറിവുണ്ടായിരുന്നോ എന്ന് ഉറപ്പില്ല. പക്ഷേ സ്ഥാനവിലയെപ്പറ്റി അവർക്ക് അറിയാമായിരുന്നു. ക്രിസ്തുവിന് 200 വർഷം മുമ്പ് രചിക്കപ്പെട്ട ലിഖിതങ്ങളിൽ സംഖ്യകളിൽ സ്ഥാനങ്ങളുടെ അഭാവത്തെ കാണിക്കാൻ ഒരു ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ചതായി കാണുന്നുണ്ട്. പക്ഷേ, ഇത് കണക്കു കൂട്ടലുകൾക്ക് ഉപയോഗിച്ചിരുന്നില്ല.

ഗുണനം, ഹരണം, വർഗമാക്കൽ, വർഗമൂലം എന്നിവയും ത്രികോണം, മട്ടത്രികോണം, സമചതുരം തുടങ്ങിയവയുടെ പരപ്പളവ് കാണുന്നതിനും പുരാതനകാലം മുതൽക്കുതന്നെ അവർക്ക് അറിയാമായിരുന്നു. π ക്ക്ക് അവർ 3 എന്ന വിലയായിരുന്നു സ്വീകരിച്ചത്. ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഉത്ഭവം തന്നെ ഈജിപ്തിലാണെന്ന് അരിസ്റ്റോട്ടിൽ അഭിപ്രായപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് 1700 ൽ രചിച്ച അഫെസ്പെറസ് ആണ് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ ആദ്യത്തെ ഗ്രന്ഥമെന്ന് വിശ്വസിക്കപ്പെടുന്നു. സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെയും മട്ടത്രികോണത്തിന്റെയും പരപ്പളവുകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ തുടങ്ങി അനേകം ഗണിത വസ്തുതകൾ ഇതിൽ കൈകാര്യം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. അഫെസിന്റെ കാലം ഈജിപ്തിൽ ഗണിതത്തിന്റെ വസന്തമായിരുന്നു എന്നു പറയാം. പിന്നീട് ആയിരത്തോളം വർഷങ്ങൾ അവർക്ക് കാര്യമായ പുരോഗതിയൊന്നും നേടാൻ കഴിഞ്ഞില്ല.

ക്രി.മു. ഏഴാം നൂറ്റാണ്ടു മുതൽ ഈജിപ്തും ഗ്രീസും തമ്മിൽ വാണിജ്യ ബന്ധങ്ങൾ ഉണ്ടായിരുന്നു. സ്വാഭാവികമായി വിജ്ഞാനങ്ങളും കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെട്ടു. ഗ്രീസിലെ പ്രധാനപ്പെട്ട എല്ലാ ജ്ഞാനികളും ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞരും പിരമിഡുകളുടെ നാടായ ഈജിപ്ത് സന്ദർശിച്ചിട്ടുണ്ട്. നിഴലിന്റെ നീളമളന്ന് പിരമിഡിന്റെ നീളം മെയ്ൽസ് കണക്കു കൂട്ടിയത് പ്രസിദ്ധമാണല്ലോ. ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ പിതാവായി ചിലർ മെയ്ൽസിനെ വിളിക്കാറുണ്ട്. ഗ്രീസിൽ ജ്യോതിഷിയുടെ പഠനം അവതരിപ്പിച്ചത് മെയ്ൽസാണ്. മെയ്ൽസ് ഒരു പ്രമുഖ ജ്യോതിശാസ്ത്ര പണ്ഡിതൻ കൂടിയിരുന്നു. സൂര്യഗ്രഹണം ആദ്യമായി പ്രവചിച്ചത് മെയ്ൽസായിരുന്നു. പൈഥഗോറസിന്റെ കാലം ഗ്രീക്ക് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തിന്റെ

സുവർണകാലമെന്ന് പറയാം. ഗണിതത്തിൽ അനേകം കണ്ടുപിടിത്തങ്ങൾസ്വയം നടത്തി. മാത്രമല്ല, ഗണിതഗവേഷണത്തിനുവേണ്ടി ഒരു ശാസ്ത്രജ്ഞസമൂഹം അദ്ദേഹത്തിന്റെ സംഭാവനയെയാണ് ആശ്രയിച്ചത്. ലോകത്തിലെ എല്ലാ പ്രതിഭാസങ്ങളേയും ഗണിതവുമായി സമന്വയിപ്പിച്ചു എന്നതാണ് പൈഥഗോറസിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ സംഭാവന.

പ്രസിദ്ധ തത്ത്വചിന്തകനായ പ്ലേറ്റോ സ്ഥാപിച്ച 'അക്കാദമി' ഗ്രീസിന്റെ ഗണിതശാസ്ത്ര വളർച്ചക്ക് മികച്ച സംഭാവന നൽകുകയുണ്ടായി. ഗണിതം അറിയാത്തവർക്ക് പ്രവേശനമില്ല എന്ന സൂചനാ ഫലകവും പ്ലേറ്റോയുടെ അക്കാദമിയിൽ സ്ഥാപിച്ചിരുന്നതായി ചരിത്രകാരന്മാർ പറയുന്നു.

ക്രി.മു. 338 ൽ ടോളമി, അലക്സാണ്ട്രിയ സർവ്വകലാശാല സ്ഥാപിച്ചു. ഈ സ്ഥാപനം താമസിയാതെ പ്രശസ്തമായ പഠനകേന്ദ്രമാക്കി മാറ്റി. ഈ സ്ഥാപനത്തിലെ ഗണിത വിഭാഗം കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ യൂക്ലിഡിനെയാണ് ഏൽപ്പിച്ചത്. ജ്യോമിതിയുടെ പിതാവായറിയപ്പെടുന്ന യൂക്ലിഡ് പ്രസ്തുത ശാഖയെ പരിപോഷിപ്പിക്കുന്നതിൽ ഏറ്റവും മികച്ച പങ്കു വഹിക്കുകയുണ്ടായി. ആർക്കിമിഡീസ്, അപ്പോളോണിയസ്, ഡയോഫാന്റസ് അനാക്സിമാൻ, ഹെറോൺ, തിയോൺ (സൈമർണ്ണ), തിയോൺ (അലക്സാണ്ട്രിയ) തുടങ്ങി അനേകം ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞർ ഗ്രീസിന്റെ സംഭാവനകളാണ്.

മികച്ച കലണ്ടർ സംഭാവന നൽകി എന്നതാണ് റോമാക്കാരുടെ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലേക്കുള്ള പ്രധാന സംഭാവന. അങ്കഗണിതത്തിലൊഴികെ മറ്റു ഗണിത ശാസ്ത്രശാഖകളിൽ കാര്യമായ കണ്ടുപിടിത്തമൊന്നും റോമാക്കാർ നടത്തിയില്ല. റോമൻ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം ലോകമെമ്പാടും നല്ല പ്രചാരം നേടിയിട്ടുണ്ടെങ്കിലും അത് അവരുടെ സംഭാവനയാണോ എന്ന കാര്യത്തിൽ സംശയം നിലവിലുണ്ട്

ഭാരതത്തിലും ഗ്രീസിലുമുണ്ടായിരുന്ന ശാസ്ത്രങ്ങളെ അറബികൾ സ്വീകരിക്കുകയും സംരക്ഷിക്കുകയും വികസിപ്പിക്കുകയും യൂറോപ്യൻ രാജ്യങ്ങളിൽ പ്രചരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്തു. ഭാരതത്തിലും ഗ്രീസിലുമുണ്ടായിരുന്ന പ്രമുഖ ഗണിതശാസ്ത്രഗ്രന്ഥങ്ങളെല്ലാം അറബിയിലേക്ക് വിവർത്തനം ചെയ്യപ്പെടുകയും ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്രപണ്ഡിതന്മാരെ അറേബ്യയിലേക്ക് ക്ഷണിച്ചു കൊണ്ടുപോകുകയും ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. ബീജഗണിതത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്ന ആൾജിബ്ര എന്ന പദം പോലും അൽജബറുമായി ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അൽഖൊരാസ്മി അബ്ദുൾവെഹ്ബ, ഒമർഖയ്യാം. അൽകാർഖി എന്നിവർ ഗണിതശാസ്ത്രം വളർത്തിയ അറബികളിൽ പ്രമുഖരാണ്.

ഭാരതത്തിന്റെ ഏറ്റവും മികച്ച ഗണിതശാസ്ത്ര സംഭാവന പൂജ്യം എന്ന അക്കവും ദശാംശാധിഷ്ഠിതമായ അങ്കന സമ്പ്രദായവുമാണ്. ഗണിതശാസ്ത്രചരിത്രത്തിലെ ഏറ്റവും മികച്ച കണ്ടുപിടിത്തമാണ് പൂജ്യം എന്ന അക്കം. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ മാത്രമല്ല എല്ലാ ശാസ്ത്രശാഖകളുടെയും വളർച്ചയ്ക്ക് പൂജ്യത്തിന്റെ കണ്ടുപിടിത്തം സഹായിച്ചിട്ടുണ്ട്. പൂജ്യവും ഒന്നും ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ടുള്ള ബൈനറി സമ്പ്രദായം ഉപയോഗിക്കുന്ന കമ്പ്യൂട്ടർ ആധുനിക ലോകത്ത് ചെലുത്തുന്ന സ്വാധീനം ഏറ്റവും കൂടുതൽ മികച്ചതാണെന്നു കാണാം.

സിന്ധുനദീതട പരിഷ്ക്കാരകാലം മുതൽ തന്നെ ഭാരതത്തിൽ ഗണിതം വികാസം പ്രാപിച്ചിരുന്നു എന്നതിന് ഒട്ടേറെ തെളിവുകൾ ലഭിച്ചിട്ടുണ്ട്. അളക്കുന്നതിനും കണക്കു കൂട്ടുന്നതിനും

തിനും അവർ വളരെ വിദഗ്ദ്ധരായിരുന്നു. മോഹൻജദാരോവിൽ നിന്നും ഹാരപ്പ യിൽ നിന്നും ലഭിച്ചിട്ടുള്ള തൂക്കക്കുതികൾ തൂക്കം കാണുന്നതിനുള്ള സൂക്ഷ്മതയും കൃത്യതയും വ്യക്തമാക്കുന്നുണ്ട്. തൂക്കത്തിന് 'അൻസിയ'യും നീളത്തിന് 'ഇൻഡസ്' സ്കെയിലുമാണ് അവർ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നത്.

പുരാതന ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്ര ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഏറ്റവും പഴക്കമുള്ളത് ശുൽബ സൂത്രങ്ങളാണെന്ന് വിശ്വസിക്കപ്പെടുന്നു. ഇവയുടെ രചനാകാലം ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് 800നും 500നും ഇടയിലാണെന്ന് വിശ്വസിക്കപ്പെടുന്നു. അനേകം പേർ വിവിധ ഘട്ടങ്ങളിലായി എഴുതപ്പെട്ടിട്ടുള്ളവയാണ് ശുൽബസൂത്രങ്ങൾ. ത്രികോണം, സാമാന്തരികം, ലംബകം തുടങ്ങിയവയുടെ പ്രത്യേകതകൾ ശുൽബ സൂത്രങ്ങളിൽ കാണാം. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള അഭിന്നക സംഖ്യകളെപ്പറ്റിയും ചർച്ച ചെയ്തു കാണുന്നു.

ക്രിസ്തുവർഷം 476ൽ ജനിച്ച ആര്യഭടൻ മികച്ച ഭാരതീയ ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞരിൽ ഒരാളാണ്. 'ആര്യഭടീയം' എന്ന വിഖ്യാതഗ്രന്ഥത്തിന്റെ കർത്താവായ ആര്യഭടൻ കേരളത്തിൽ ജനിച്ചു എന്ന ഒരു അഭിപ്രായമുണ്ട്. ആര്യഭടൻ തുടങ്ങിവച്ച ഗണിതശാസ്ത്ര ഗവേഷണത്തെ 'ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ' കുറേക്കൂടി നൂതന മാർഗ്ഗത്തിലേക്കു നയിച്ചു. 'ബ്രഹ്മസ്മൃദ് സിദ്ധാന്ത'മാണ് ഇദ്ദേഹത്തിന്റെ ഏറ്റവും പ്രമുഖകൃതി. ആര്യഭടൻ ചർച്ച ചെയ്ത എല്ലാ ഗണിത ഭാഗങ്ങളും ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ ചർച്ച ചെയ്യുന്നുണ്ട്. കൂടാതെ ആര്യഭടന് വന്നു പോയ ചില പിഴവുകളും തിരുത്തിക്കാണുന്നു, സീമ (Limit) എന്ന ആശയത്തെപ്പറ്റി അവ്യക്തമായ ചില അനുമാനങ്ങൾ ബ്രഹ്മഗുപ്തനുണ്ടായിരുന്നു. ക്രിസ്തുവർഷം എട്ടാം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ശ്രീധരൻ, പത്താം നൂറ്റാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ആര്യഭടൻ രണ്ടാമൻ എന്നിവരും ഭാരതീയഗണിതത്തിന് മികച്ച സംഭാവനകൾ നൽകിയിട്ടുണ്ട്. 'ലീലാവതി' എന്ന വിഖ്യാതഗ്രന്ഥത്തിലൂടെ പ്രശസ്തനായ ഭാസ്കരാചാര്യൻ ഒരു കലാകാരന്റെ ഭാവനയോടെയാണ് ഗണിതത്തെ സമീപിച്ചത്. ഇത് അദ്ദേഹത്തിന് വളരെയധികം പ്രശസ്തി നേടിക്കൊടുത്തു. 'സിദ്ധാന്ത ശിരോമണി' എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിന്റെ ഒരുഭാഗം മാത്രമാണ് 'ലീലാവതി' എന്ന ഗ്രന്ഥം.

14ഉം 15ഉം നൂറ്റാണ്ടുകളിൽ കേരളം ഭാരതീയ ഗണിതത്തിന് അതുല്യമായ സംഭാവനകളാണ് നൽകിയിട്ടുള്ളത്. പുതുമന ചോമാതിരിയുടെ കരണപദ്ധതി, കേളല്ലൂർ നീലകണ്ഠസോമയാജിയുടെ തന്ത്രസംഗ്രഹം എന്നിവ മികച്ച ഗണിത ഗ്രന്ഥങ്ങളാണ്. ഇവയിൽ വിശദമാക്കിയ മിക്ക ആശയങ്ങളും പിന്നീട് 17ഉം 18 ഉം നൂറ്റാണ്ടുകളിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന പാശ്ചാത്യപണ്ഡിതന്മാരുടെ സംഭാവനകളായി അറിയപ്പെടാനിടയായി. പുതുമന ചോമാതിരിയും നീലകണ്ഠ സോമയാജിയും രൂപകൽപ്പന ചെയ്ത കലനശാസ്ത്രം എന്ന ഗണിതശാഖ നൂറ്റാണ്ടുകൾക്കു ശേഷം ലെബനിസും ന്യൂട്ടനും 'കാൽക്കുലസ്' എന്ന പേരിൽ പ്രസിദ്ധീകരിക്കുകയുണ്ടായി.

ന്യൂട്ടനും ലെബനിസും പരസ്പരം അറിയാതെയാണ് കാൽക്കുലസ് കണ്ടുപിടിച്ചത്. തന്ത്ര സംഗ്രഹത്തിലും കരണപദ്ധതിയിലും ചർച്ച ചെയ്യുന്ന π യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കാനുള്ള ശ്രേണി നൂറ്റാണ്ടുകൾക്കു ശേഷം ജനിച്ച പാശ്ചാത്യ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ഗ്രിഗറിയുടെ പേരിലാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്.

പത്തൊമ്പതും ഇരുപതും നൂറ്റാണ്ടുകൾക്കിടയിൽ ഭാരതത്തിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഏറ്റവും മികച്ച ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ശ്രീനിവാസ രാമാനുജനാണ്. വെറും 32 വയസ്സുവരെ മാത്രം ജീവിച്ചിരുന്ന രാമാനുജൻ ലോകത്ത് അക്കാലത്ത് ജീവിച്ചിരുന്ന ഏറ്റവും പ്രമുഖരായ

ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരിൽ ഒരാളായിരുന്നു. രാമാനുജൻ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് മാത്തമാറ്റിക്സ്, ടാറ്റാ ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ട് ഓഫ് ഫണ്ടേമെന്റൽ റിസേർച്ചിലെ ഗണിതശാസ്ത്ര വിഭാഗം എന്നിവ ഭാരതത്തിലെ ഇപ്പോഴത്തെ മികച്ച ഗണിതശാസ്ത്ര ഗവേഷണ സ്ഥാപനങ്ങളാണ്.

സംഖ്യകളുടെ ചരിത്രം

സംഖ്യകളെക്കുറിച്ച് ഒന്നുതന്നെ അറിഞ്ഞുകൂടാത്ത ഒരു കാലമുണ്ടായിരുന്നു. അന്നും, നമ്മുടെ പൂർവികരായിരുന്ന ആദിമമനുഷ്യർ അവരുടേതായ രീതിയിൽ കണക്കു കൂട്ടിയിരുന്നു എന്നു കാണാവുന്നതാണ്. വനങ്ങളിലും, പാറക്കെട്ടുകളിലുമായി ജീവിതം തള്ളിനീക്കിയിരുന്ന ആദിമമനുഷ്യർ പല മൃഗങ്ങളേയും ഇണക്കി വളർത്താൻ തുടങ്ങി. കൃഷി ചെയ്തും, നായാടിയും കന്നുകാലികളെ വളർത്തിയുമാണ് അവർ ജീവിതം മുന്നോട്ടു കൊണ്ടു പോയത്. ആടിനെ മേയ്ക്കാനായി പോകുമ്പോൾ ഒരു ഇടയന് ഒരു കൂട്ടം ആടുകളുടെ ചുമതലയാണ് ഉണ്ടാവുക. രാവിലെ ആടുകളെ ഓരോന്നായി കൂട്ടിൽ നിന്ന് പുറത്തേക്ക് വിടുമ്പോൾ ഓരോ ആടിന്റേയും എണ്ണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഓരോ കല്ലുകൾ തന്റെ സഞ്ചിയിലേക്കിടും. ആടുകളെല്ലാം പുറത്തിറങ്ങിക്കഴിയുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന കല്ലുകളുടെ കൂട്ടമാണ് ആടിന്റെ എണ്ണം. അത് എത്രയെന്ന് പറയാനും അറിയില്ലായിരുന്നു. വൈകുന്നേരം ആടുകളെ തിരികെക്കൊണ്ടു വന്ന് കൂട്ടിലേക്ക് കയറ്റുമ്പോൾ കല്ലുകൾ ഓരോന്നായി സഞ്ചിയിൽ നിന്ന് പുറത്തേക്കിടും. സഞ്ചിയിൽ കല്ലുകൾ ബാക്കിവന്നാൽ അത്രയും എണ്ണം ആടുകൾ നഷ്ടമായി എന്നാണർത്ഥം അവയെ കാട്ടുമൃഗങ്ങൾ ഭക്ഷണമാക്കുകയോ, കൂട്ടം തെറ്റിപ്പോവുകയോ ചെയ്തു എന്നുകരുതും. ഇത്തരത്തിൽ ഒന്നിനൊന്ന് പൊരുത്തപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയായിരുന്നു ആദിമമനുഷ്യൻ എണ്ണിത്തിട്ടപ്പെടുത്തുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടു നിർവഹിച്ചിരുന്നത്.

ഏകദേശം 2000 വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പുതന്നെ മനുഷ്യർ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നതായി ചരിത്രം സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ബി.സി. മൂന്നാം ശതകത്തിൽ അശോകചക്രവർത്തിയുടെ ഭരണകാലത്ത് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യാസംജ്ഞകൾ ഉപയോഗിച്ചിരുന്നതായി കാണാം.

I	II	+	6
1	2	4	6

എ.ഡി രണ്ടാം ശതകത്തിൽ 'നാസിക്കി'ലെ ഗുഹകളിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ ശിലാലിഖിതങ്ങളിൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യാസംജ്ഞകൾ ഉപയോഗിച്ചതായി കാണാം.

—	=	≡	¥	┌	⤴	7	4	7	α	Θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20

തുടർന്ന് എ.ഡി 8ാം ശതകത്തിൽ ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന ദേവനാഗരി സംഖ്യകൾക്ക് നിലവിലിരിക്കുന്ന സംഖ്യാസംജ്ഞകളുമായി വളരെയേറെ സാമ്യമുണ്ടെന്ന് കാണാം. അവ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

ഈ സംഖ്യാസംജ്ഞകളിൽ നിന്നാണ് നമ്മൾ ഇപ്പോൾ ഉപയോഗിച്ചു വരുന്ന സംഖ്യാ സമ്പ്രദായത്തിലേയ്ക്ക് എത്തിച്ചേർന്നത്. എ.ഡി. 900 ശതകത്തിൽ മോസ്ലം (Moslem) ഭരണകർത്താക്കൾ തങ്ങളുടെ സാമ്രാജ്യം പടിഞ്ഞാറൻ രാഷ്ട്രമായ സ്പെയിനിലേക്കും കിഴക്കൻ രാഷ്ട്രമായ ഇൻഡസിലേക്കും വ്യാപിപ്പിച്ചപ്പോഴാണ് 'ഹിന്ദു അറബിക് സംഖ്യകൾ' എന്ന പേർ വ്യാപകമാക്കാൻ തുടങ്ങിയത്. ഇന്നും നമ്മൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് ഈ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം തന്നെയാണ്. നമ്മുടെ സംഖ്യാസമ്പ്രദായത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകളിൽ ഒന്നാമത്തേത് 0, 1, 2, 9 വരെയുള്ള ന്യൂനമൂലകൾ (10 എണ്ണം) മാത്രം ഉപയോഗിച്ചു കൊണ്ടാണ് സംഖ്യാസമ്പ്രദായം രൂപപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത് എന്നതാണ്. അതുകൊണ്ട് ദശസംഖ്യാന സമ്പ്രദായം എന്നും ഇതിനെ പറയാറുണ്ട്.

രണ്ടാമത്തെ പ്രത്യേകത സ്ഥാനവില (Place value) എന്ന ആശയം ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു എന്നതാണ്. എത്ര വലിയ സംഖ്യയും അതിന്റെ സ്ഥാനവിലയ്ക്കനുസരിച്ച് രേഖപ്പെടുത്താൻ യാതൊരു പ്രയാസവും നേരിടുന്നില്ല.

മൂന്നാമത്തെ പ്രത്യേകത 'പൂജ്യം' ഒരു ന്യൂനമൂല ആയി ഉപയോഗിക്കുന്നു എന്നതാണ്. ശൂന്യാവസ്ഥയെ (ഒന്നുമില്ലാത്ത അവസ്ഥയെ) സൂചിപ്പിക്കുന്നതിനുള്ള ന്യൂനമൂല ആയി 'പൂജ്യം' ഉപയോഗിക്കുന്നത് നമ്മുടെ സംഖ്യാസമ്പ്രദായത്തിന്റെ എടുത്തു പറയേണ്ട പ്രത്യേകത തന്നെയാണ്. ഇപ്രകാരം മനുഷ്യൻ തന്റെ ആവശ്യങ്ങൾക്കനുസരിച്ചാണ് സംഖ്യകൾ രൂപപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ളത് എന്നു കാണാവുന്നതാണ്.

എത്ര? എത്രാമത്തെ?

എണ്ണുന്നതിന് രണ്ടു തലങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഒരു കൂട്ടത്തിൽ ആകെ എത്ര എണ്ണം ഉണ്ട് എന്നും, ഓരോന്നും എത്രാമത്തേത് ആണെന്നും തിരിച്ചറിയേണ്ടി വരും.

ഉദാ: 1. പത്തിൽ താഴെ എത്ര ഇരട്ട സംഖ്യകളുണ്ട്?

2. ഈ ബഞ്ചിൽ എത്ര കുട്ടികളുണ്ട്?

3. എത്രാമത്തെ ഇരട്ട സംഖ്യയാണ് 6?

4. മനോജ് എത്രാമത്തെ കുട്ടിയാണ്?

എത്ര പേർ?

മത്സരത്തിൽ ഞാൻ രണ്ടാം സ്ഥാനക്കാരനാണ്, മൂന്നാമനായാണ് ഞാൻ ഓട്ടം അവസാനിപ്പിച്ചത്. എന്റെ പുറകിൽ വേറെ മൂന്നുപേർ ഉണ്ട്?

ഇതിൽ ആദ്യത്തെ 2 ചോദ്യങ്ങളും 'എത്ര' എന്ന ഉത്തരം തരുന്നതാണ്. സംഖ്യകളുടെ ഈ സ്വഭാവത്തെ 'cardinality' എന്നാണ് പറയുന്നത്. 3, 4 ചോദ്യങ്ങൾ എത്രാമത്തെ എന്ന ഉത്തരം തരുന്നതാണ്. ചില പ്രത്യേകതകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി (വലുപ്പം, വയസ്സ്, സ്ഥാനം,) ക്രമീകരിച്ച് സ്ഥാനത്തെ പറയാനും സംഖ്യ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഈ സ്വഭാവത്തെ ordinality എന്നാണു പറയുന്നത്.

റോമൻ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം

പുരാതനറോമിൽ ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന സംഖ്യാസമ്പ്രദായമാണ് റോമൻ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം. ആദ്യത്തെ പത്ത് റോമൻ സംഖ്യകൾ താഴെ പറയുന്നവയാണ്.

I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X

Indo-Arab	Roman	Indo-Arab	Roman	Indo-Arab	Roman	Indo-Arab	Roman
1	I	26	XXVI	51	LI	76	LXXVI
2	II	27	XXVII	52	LII	77	LXXVII
3	III	28	XXVIII	53	LIII	78	LXXVIII
4	IV	29	XXIX	54	LIV	79	LXXIX
5	V	30	XXX	55	LV	80	LXXX
6	VI	31	XXXI	56	LVI	81	LXXXI
7	VII	32	XXXII	57	LVII	82	LXXXII
8	VIII	33	XXXIII	58	LVIII	83	LXXXIII
9	IX	34	XXXIV	59	LIX	84	LXXXIV
10	X	35	XXXV	60	LX	85	LXXXV
11	XI	36	XXXVI	61	LXI	86	LXXXVI
12	XII	37	XXXVII	62	LXII	87	LXXXVII
13	XIII	38	XXXVIII	63	LXIII	88	LXXXVIII
14	XIV	39	XXXIX	64	LXIV	89	LXXXIX
15	XV	40	XL	65	LXV	90	XC
16	XVI	41	XLI	66	LXVI	91	XCI
17	XVII	42	XLII	67	LXVII	92	XCII
18	XVIII	43	XLIII	68	LXVIII	93	XCIII
19	XIX	44	XLIV	69	LXIX	94	XCIV
20	XX	45	XLV	70	LXX	95	XCV
21	XXI	46	XLVI	71	LXXI	96	XCVI
22	XXII	47	XLVII	72	LXXII	97	XCVII
23	XXIII	48	XLVIII	73	LXXIII	98	XCVIII
24	XXIV	49	XLIX	74	LXXIV	99	XCIX
25	XXV	50	L	75	LXXV	100	C

റോമൻ സംഖ്യക്ക് മുകളിൽ വര ഇട്ടാൽ ആ സംഖ്യയുടെ ആയിരം മടങ്ങിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. റോമൻ സംഖ്യാസമ്പ്രദായത്തെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് സെമിനാറിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

ഇന്റോ അറബിക് രീതി

ഇന്റോഅറബിക് സമ്പ്രദായത്തിൽ ഇന്ന് പരക്കെ ഉപയോഗിക്കുന്ന ചിഹ്നങ്ങൾ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 എന്നിവയാണ്. നാമിന് എല്ലായിടത്തും ഉപയോഗിക്കുന്ന ദശസംഖ്യാനരീതി അഥവാ പത്തുവില രീതിയിൽ ഏത് സംഖ്യയെയും എഴുതാൻ ഈ പത്ത് അക്കങ്ങൾ വച്ച് കഴിയും.

ഇന്റോ അറബിക് സംഖ്യാരീതിയെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കൂ. ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

വിവിധ സംഖ്യാനസമ്പ്രദായങ്ങൾ

ഗണിതചരിത്രത്തിലെ സുപ്രധാന നാഴികക്കല്ലുകളാണ് സംഖ്യാനസമ്പ്രദായങ്ങളുടേത് (Number System). 0, 1 എന്നീ സംഖ്യകൾ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് ദശസംഖ്യാന സമ്പ്രദായം. (Binary System)

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 എന്നീ സംഖ്യകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ളതാണ് ദശസംഖ്യാന സമ്പ്രദായം. ഇവയെക്കുറിച്ച് കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

മറ്റു സംഖ്യാന സമ്പ്രദായങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണ്?

അങ്കഗണിതം (Arithmetic)

സംഖ്യകളുടെ തത്ത്വം (Theory of numbers) പ്രതിപാദിക്കുന്ന Arithmetic എന്ന ശാഖയും കണക്കുകൂട്ടുന്ന കല (Art of Calculating) പ്രതിപാദിക്കുന്ന Legistic എന്ന ശാഖയും ആദ്യകാലത്ത് പ്രചാരത്തിലുണ്ടായിരുന്നു. പതിനാറാം നൂറ്റാണ്ടിൽ അച്ചടിവിദ്യ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതുവരെ ഇവ രണ്ടു ശാഖകളായാണ് വളർന്നത്. പിന്നീട് രണ്ട് ശാഖകളേയും കുറിക്കാൻ അരിത്തമെറ്റിക് എന്ന വാക്ക് ഉപയോഗിക്കാൻ തുടങ്ങി. മറ്റു പല വാക്കുകളെപ്പോലെ Arithmetic എന്ന വാക്കും ധാരാളം മാറ്റങ്ങൾ സംഭവിച്ചാണ് ഇന്നത്തെ നിലയിൽ എത്തിയത്. ഒരു മനുഷ്യൻ നേടേണ്ടതായ 3R കളിലൊന്നായി (Rithmetic) അങ്കഗണിതം അറിയപ്പെടുന്നു. Reading, Writing എന്നിവയാണ് മറ്റ് രണ്ടെണ്ണം ഇതിൽ നിന്ന് അങ്കഗണിതത്തിന് നൽകിയ പ്രാധാന്യം മനസ്സിലാക്കാം.

ബീജഗണിതം (Algebra)

അങ്കഗണിതത്തിന്റെ സാമാന്യരൂപമാണ് ബീജഗണിതം. ഉദാഹരണമായി $3+2 = 5$, $4+8 = 12$, എന്നീ അങ്കഗണിതത്തിലെ വാക്യങ്ങളുടെ സാമാന്യരൂപമാണ് ബീജഗണിതത്തിലെ $a+b = c$ എന്ന വാക്യം. $a+b = c$ എന്ന വാക്യത്തിൽ a, b, c എന്നിവയ്ക്ക് നൽകാവുന്ന വിലകളിൽ ചില പ്രത്യേക വിലയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന വാചകങ്ങളാണ് $3+2 = 5$, $4+8 = 12$ എന്നിവ. ബീജഗണിതത്തിൽ സംഖ്യകൾക്ക് പകരം ആദ്യമായി അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാൻ തുടങ്ങിയവരിൽ പ്രധാനിയാണ് ഫ്രാങ്കോയ്ഡ് വീറ്റ എന്ന ഫ്രഞ്ച് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ. അദ്ദേഹം ചരങ്ങൾക്ക് സ്വരാക്ഷരങ്ങളും സ്ഥിരങ്ങൾക്ക് വ്യഞ്ജനാക്ഷരങ്ങളുമാണ് ഉപയോഗിച്ചിരുന്നത്.

സംഖ്യകൾക്ക് പകരം അജ്ഞാതരാശികൾ കൂടി കൈകാര്യം ചെയ്യുന്ന ഗണിത ശാസ്ത്ര ശാഖയാണ് ആൾജിബ്ര എന്നു പറയാം. ഈ ശാസ്ത്രശാഖ എപ്പോൾ എവിടെ ആരംഭിച്ചു എന്നു വ്യക്തമായി പറയാൻ പ്രയാസമുണ്ട്. ഇന്നത്തെ ആൾജിബ്രയിൽ നിർധാരണം ചെയ്യുന്ന ചില പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യപ്പെട്ടിരുന്നത് കണക്കിലെടുത്താൽ ആൾജിബ്ര ആരംഭിച്ചത് ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് ഏകദേശം 1800 വർഷങ്ങൾക്കു മുമ്പാണെന്ന് പറയാം. പക്ഷെ നിർധാരണം ചെയ്തത് ഇന്നത്തെ ആൾജിബ്ര രീതിയിൽ ആയിരിക്കണമെന്നില്ല. ഊഹിച്ചോ അങ്കഗണിത സങ്കേതങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചോ ആയിരിക്കാം. സംഖ്യകൾക്ക് പകരം അജ്ഞാതരാശികൾ ഉപയോഗിക്കാൻ തുടങ്ങിയ കാലവും കൃത്യമായി നിർണ്ണയിക്കാൻ പ്രയാസമുണ്ട്. ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് ഏകദേശം 1800-1600 കാലത്ത് രചിക്കപ്പെട്ട ഈജിപ്തിലെ ക്യൂനിഫോം ഗണിതപട്ടികകളിൽ സമാന സമവാക്യങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്തതായി ശ്രദ്ധയിൽപ്പെട്ടിട്ടുണ്ട്. ക്രിസ്തുവിന് മുമ്പ് സുമാർ 1550 ൽ രചിക്കപ്പെട്ട അഫസ് പപ്പൈറസിൽ ചരങ്ങളുള്ള സമവാക്യങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

സംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ചില പ്രഹേളികകൾ നിർധാരണം ചെയ്യാൻ ആരംഭിച്ച തോടെയാണ് ആൾജിബ്ര ആരംഭിച്ചത് എന്നു പറയാം. (ഗണിതപ്രഹേളികകൾ കാണുക) പ്രായോഗിക ആവശ്യമെന്ന നിലയിലും വിനോദമെന്ന നിലയിലും ഇത്തരം ഗണിത പ്രഹേളികകൾ ലോകത്തിന്റെ മിക്കഭാഗത്തും വളരെ പുരാതനകാലത്തു മുമ്പു തന്നെ പ്രചാരത്തിലുണ്ടായിരുന്നു. ഇവയുടെ നിർധാരണങ്ങളിൽ ഇന്നത്തെ ആൾജിബ്രയുടെ ആശയം കാണാം.

ഭാരതത്തിൽ ആര്യഭടന്റെ ആര്യഭടീയം, ബ്രഹ്മഗുപ്തന്റെ ബ്രഹ്മസ്ഫുടസിദ്ധാന്തം, മഹാവീരന്റെ ഗണിതസാര സംഗ്രഹം, ഭാസ്കരാചാര്യരുടെ ലീലാവതി തുടങ്ങിയ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ ആൾജിബ്ര കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നു. ഹിന്ദുഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ ഈ ശാഖയ്ക്ക് നിശ്ചിതമായ പേരു നൽകിയിരുന്നില്ല. കൂട്ടകം, അവ്യക്തഗണിതം, ബീജഗണിതം തുടങ്ങിയ പലപേരുകളാണ് ഉപയോഗിച്ചിരുന്നത്. കേരളീയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരായിരുന്ന കേളല്ലൂർ നീലകണ്ഠസോമയാജിയുടെ 'തന്ത്രസംഗ്രഹം', ജ്യേഷ്ഠദേവന്റെ 'യുക്തിഭാഷ' എന്നീ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ ബീജഗണിതം കൈകാര്യം ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. രണ്ടു ചരങ്ങളുള്ള സമവാക്യങ്ങൾ പത്തുരീതിയിൽ നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള വഴികൾ ഈ ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ കാണാം.

ആൾജിബ്ര എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രശാഖ വളർത്തുന്നതിൽ അറബികൾ മുഖ്യമായ പങ്കു വഹിച്ചിട്ടുണ്ട്. ആധുനിക പാശ്ചാത്യ ലോകത്തിന് ആൾജിബ്രയുടെ തത്ത്വങ്ങൾ നൽകിയത് അറബികളാണ്. അറബി ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരിൽ ഏറ്റവും പ്രമുഖനായ മുഹമ്മദ് ബിൻ മുസ അൽ ഖൊരാസ്മി രചിച്ച കിതാബ് അൽ ജബർവഅൽ മുഖാവലയാണ് ആൾജിബ്രയിലെ ആദ്യത്തെ സമഗ്രമായ ഗ്രന്ഥം. ഇതിലെ അൽജബ്ര എന്ന വാക്കിൽ നിന്നാണ് ആൾജിബ്ര എന്ന പദം രൂപപ്പെട്ടിട്ടുള്ളത്. റൂബിയായത് എന്ന പ്രശസ്ത കാവ്യത്തിന്റെ രചയിതാവായ ഒമർ ഖയ്യാമും ആൾജിബ്രയുടെ വികസനത്തിന് മികച്ച സംഭാവനകൾ നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

ജ്യാമിതി (Geometry)

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഒരു പ്രധാനശാഖയാണിത്. ത്രികോണം, വൃത്തം, ചതുർഭുജം, ഗോളം, സ്തംഭങ്ങൾ, സ്തൂപികകൾ എന്നിങ്ങനെയുള്ള രൂപങ്ങളുടെ പഠനം എന്ന് സംക്ഷിപ്തമായി പറയാം. ഭൂമി എന്നർത്ഥമുള്ള *geo*, അളവ് എന്നർത്ഥമുള്ള *metry* എന്നീ വാക്കുകൾ ചേർന്ന് ഭൂമിയുടെ അളവ് എന്നർത്ഥമുള്ള *Geometry* എന്ന പദം രൂപപ്പെട്ടു.

ജ്യാമിതി എന്ന ശാസ്ത്രശാഖ ആരംഭിച്ചത് ഈജിപ്തിൽ ആയിരുന്നു എന്നു വിശ്വസിക്കപ്പെടുന്നു. ജ്യാമിതിയെ നൈൽനദിയുടെ ദാനം എന്ന് ഹെറഡോട്ടസ് വിശേഷിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. പുരാതനമാനവസംസ്കാരങ്ങൾ നദീതീരങ്ങളിലാണല്ലോ ഉടലെടുത്തത്. ഭാരതത്തിലെ സിന്ധുനദീതട സംസ്കാരവും ചൈനയിലെ ഹൊയാങ്ഹോ നദീതട സംസ്കാരവും പ്രസിദ്ധമാണ്. നദീതടം ഫലഭൂയിഷ്ഠമായതിനാൽ ജനങ്ങൾ ഇവിടെ തിങ്ങിപ്പാർത്തിരുന്നു.

ഈജിപ്തിലെ നൈൽ നദി വർഷക്കാലങ്ങളിൽ കരകവിഞ്ഞ് ഒഴുകി നദീതടങ്ങളിൽ വലിയ നാശനഷ്ടങ്ങൾ വിതയ്ക്കാറുണ്ടായിരുന്നു. കരയിൽ താമസിക്കുന്നവർ തങ്ങളുടെ കൃഷിയും പുരയിടങ്ങളും വിട്ട് അകലെ മാറിത്താമസിച്ച് വർഷക്കാലം കഴിഞ്ഞാൽ വീണ്ടും കരയിലേക്ക് മടങ്ങും. ഓരോരുത്തർക്കും കൈവശമുള്ള ഭൂമിയുടെ അതിർത്തിയും മറ്റും നശിച്ചുപോയിരിക്കും. അവ പുനഃസ്ഥാപിക്കുന്നതിൽ വലിയ പ്രയാസങ്ങൾ അനുഭവപ്പെട്ടു കൊണ്ടിരുന്നു. പലപ്പോഴും കലഹങ്ങളും നടന്നിരിക്കാം. ഭൂമിയുടെ അളവും ആകൃതിയും രേഖപ്പെടുത്തുന്ന പക്ഷം അതിർത്തി എളുപ്പത്തിൽ പുനഃസ്ഥാപിക്കാമെന്ന് അവർ കണ്ടെത്തി. ഇങ്ങനെ ഓരോരുത്തർക്കും കൈവശമുണ്ടായിരുന്ന ഭൂമിയുടെ ആകൃതിയും അളവും രേഖപ്പെടുത്തിയ രേഖകൾ ജ്യാമിതിയായി അറിയപ്പെട്ടു. ത്രികോണം, ചതുരം, ലംബകം, ചതുർഭുജം തുടങ്ങിയ രൂപങ്ങളാണ് ഭൂമിയുടെ അളവുകളിൽ ഉണ്ടായിരുന്നത്. ക്രമേണ ജ്യാമിതിക്ക് ഭൂമിയുമായുള്ള ബന്ധം ദുർബലമാവുകയും ആകൃതികളുടെ പഠനമായി ജ്യാമിതി മാറുകയും ചെയ്തു. ഭൂമിയുടെ അളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ശാഖ ഇന്നും സർവ്വെയിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നു.

ഈജിപ്തിലെ പിരമിഡുകൾ വളരെ പ്രശസ്തമാണ്. ഈ പിരമിഡുകളുടെ നിർമ്മിതിയിൽ ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന സാങ്കേതികവിദ്യ സൂചിപ്പിക്കുന്നത് അവർ അക്കാലത്ത് ജ്യാമിതിയിൽ വളരെ വൈദഗ്ദ്ധ്യമുള്ളവരായിരുന്നു എന്നാണ്. മെൽൽസിന്റെ അടുത്ത് ഗണിതം പഠിക്കാനെത്തിയ പൈഥഗോറസിനോട് ഈജിപ്തിലേക്ക് പോകാനാണ് നിർദ്ദേശിച്ചത്.

ജ്യാമിതിയുടെ പിതാവായി അറിയപ്പെടുന്നത് ഗ്രീക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്ന യുക്ലിഡാണ്. അദ്ദേഹം അന്നുവരെ കണ്ടുപിടിക്കപ്പെട്ട ജ്യാമിതീയ വസ്തുക്കൾ കിട്ടാവുന്നത്ര തേടിപ്പിടിച്ച് സമാഹരിച്ച് എലിമെന്റ്സ് എന്ന ഗ്രന്ഥം രചിച്ചു. ആർക്കിമിഡീസ്, പൈഥഗോറസ്, അപ്പോളോണിയസ്, ഫെറോൺ, ഹിപ്പാർക്കസ് തുടങ്ങി അനേകം ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ ഗ്രീക്ക് ജ്യാമിതിയെ വളർത്തുന്നതിൽ വലിയ പങ്കു വഹിച്ചു.

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ചരിത്രവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കു. സെമിനാറിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

വിലയിരുത്തൽ : ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ചരിത്രം -സെമിനാർ പ്രബന്ധം, അവതരണം, അവതരണറിപ്പോർട്ട്

ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരും അവരുടെ സംഭാവനകളും

നീലകണ്ഠസോമയാജി (1465-1545)

പ്രസിദ്ധനായ കേരളീയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനും ജ്യോതിശാസ്ത്രജ്ഞനും; തിരുവിനടുത്തുള്ള തൃക്കണ്ടിയൂരിൽ കേളല്ലൂർ (കേരളനെല്ലൂർ) മനയിൽ ജനനം. പിതാവ് ജാതവേദൻ, അനുജൻ ശങ്കരൻ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ. ദുർഗ്ഗണിത കർത്താവ് വടശ്ശേരി പരമേശ്വരനും അദ്ദേഹത്തിന്റെ മകൻ വടശ്ശേരി ദാമോദരനും ഗുരുക്കളായിരുന്നു. ആര്യഭടീയത്തിനുള്ള ഭാഷ്യമായ ഗണിതപാദം പ്രധാനകൃതി. തന്ത്രസംഗ്രഹം (ജ്യോതിശാസ്ത്രം) ഗ്രഹണനിർണയം, ഗോളസാരം, ചന്ദ്രചാരാഗണിതം ഗൃഹപരീക്ഷാക്രമം, സുന്ദരരാജ പ്രശ്നോത്തരം എന്നിവ മറ്റു കൃതികൾ. പൈ ഒരു അഭിന്നകമാണെന്ന് പാശ്ചാത്യ ലോകത്ത് ആദ്യമായി അവതരിപ്പിച്ചത് 1671 ൽ ലാംബർട്ട് ബർലിനാണ്. അതിന് രണ്ടു നൂറ്റാണ്ടുമുമ്പ് സോമയാജി രചിച്ച ഗണിതപാദത്തിൽ ഇത് പ്രസ്താവിച്ചിട്ടുണ്ട്. തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിൽ കലനശാസ്ത്രത്തിന്റെ (Calculus) അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങൾ വിശദമായി ചർച്ച ചെയ്തിരിക്കുന്നു. പിന്നീട് നൂറ്റാണ്ടുകൾ കഴിഞ്ഞാണ് ന്യൂട്ടനും ലെബനിസും പരസ്പരം അറിയാതെ ഒരേകാലത്ത് കാൽക്കുലസ് കണ്ടുപിടിച്ചത്. സോമയാജിയുടെ സമകാലികനായ പുതുമന ചോമാതിരിയും കലനശാസ്ത്രത്തിലെ പ്രമാണങ്ങൾ വിശദീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഭാസ്കരാചാര്യർ

ഈ പേരിൽ രണ്ടു ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരാണ് ഉണ്ടായിരുന്നത്. ഇതിൽ ആദ്യത്തെ ഭാസ്കരാചാര്യർ, ആര്യഭട്ടൻ ഒന്നാമനുശേഷം അധികകാലം കഴിയുന്നതിനു മുമ്പാണ് ജനിച്ചത്. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലും അസ്ട്രോണമിയിലും ഇദ്ദേഹം പണ്ഡിതനായിരുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ഭാസ്കരാചാര്യർ, ഭാസ്കരാചാര്യർ രണ്ടാമൻ എന്ന പേരിലാണ് അറിയപ്പെടുന്നത്. ഭാരതം കണ്ടിട്ടുള്ളവരിൽ ഏറ്റവും പ്രസിദ്ധനായ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ഇദ്ദേഹമായിരുന്നു. ഇദ്ദേഹത്തെക്കുറിച്ചാണ് ഇവിടെ പ്രതിപാദിക്കുന്നത്.

എ.ഡി 1114 ലാണ് ഭാസ്കരാചാര്യർ രണ്ടാമന്റെ ജനനം. പഴക്കമേറിയ ഒരു പണ്ഡിത കുടുംബമായിരുന്നു അദ്ദേഹത്തിന്റേത്. മഹേശ്വരൻ എന്നായിരുന്നു പിതാവിന്റെ പേര്. മൈസൂർ സംസ്ഥാനത്തു ജനിച്ച ഭാസ്കരാചാര്യർ ഉജ്ജയിനിയിലെ അസ്ട്രോണമി കേന്ദ്രത്തിൽ സേവനമനുഷ്ഠിക്കുകയുണ്ടായി. പല വിശിഷ്ടഗ്രന്ഥങ്ങളും ഇദ്ദേഹം രചിച്ചു. സിദ്ധാന്തശിരോമണി, ലീലാവതി, ഗോളാധ്യായ, ഗൃഹഗണിതം തുടങ്ങിയവയാണ് ഭാസ്കരാചാര്യരുടെ കൃതികൾ. ഇതിൽ സിദ്ധാന്തകൗമുദിയുടെ നാല് അധ്യായങ്ങൾ മാത്രമേ ലഭ്യമായിട്ടുള്ളൂ. ലീലാവതിക്ക് ആ പേരു നൽകിയത് തന്റെ പുത്രിയുടെ സ്മരണയ്ക്കുവേണ്ടിയാണെന്നാണ് പറയപ്പെടുന്നത്. ലീലാവതിയിൽ 278 ശ്ലോകങ്ങളാണുള്ളത്.

ഗണിതശാസ്ത്രത്തിനും അസ്ട്രോണമിക്കുമാണ് ഭാസ്കരാചാര്യർ കൂടുതലും സംഭാവനകൾ നൽകിയിരിക്കുന്നത്. അവയിൽ ചിലതിനെക്കുറിച്ചുമാത്രം ഇവിടെ സൂചിപ്പിക്കാം. പുജ്യത്തിന്റെ വില അനന്തമാണെന്നു കണ്ടെത്തിയ ആദ്യത്തെ ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്

ഭാസ്കരാചാര്യർ. ഈശ്വരന്റെ അനന്തതപോലെയാണ് പൂജ്യത്തിന്റെ അനന്തതയെന്ന് അദ്ദേഹം തെളിയിച്ചു. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ വമ്പിച്ച ഒരു നേട്ടമായിരുന്നു ഈ കണ്ടു പിടിത്തം.

ഗണിതക്രിയാമേഖലകളിൽ അദ്ദേഹം ആവിഷ്കരിച്ച തത്ത്വങ്ങൾ അമൂല്യങ്ങളാണ്. വിസ്തീർണം, ഘനമാനം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കാൻ അദ്ദേഹം ആവിഷ്കരിച്ച സൂത്രങ്ങൾക്ക് വലിയ പ്രാധാന്യമാണുള്ളത്. ഭാസ്കരാചാര്യർ ക്യൂബിക് ഇക്വേഷനുകളും ബൈക്വാഡ്രാറ്റിക് ഇക്വേഷനുകളും അദ്ദേഹത്തിന്റെ രചനകളിൽ കൈകാര്യം ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. സിദ്ധാന്തശിരോമണിയിലെ രണ്ടാം അധ്യായത്തിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രീതിയിലുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ ചേർത്തിട്ടുണ്ട്.

- 1) $x^4 + 12x^3 + 6x^2 + 56 = 0$
- 2) $x^3 - 2x^2 - 400x = 9999$

അദ്ദേഹത്തിന് ഈ രംഗത്ത് പാണ്ഡിത്യമുണ്ടായിരുന്നുവെന്നാണല്ലോ ഇതു തെളിയിക്കുന്നത്. അതുപോലെ ഡിഫറൻഷ്യൽ കാൽക്കുലസ്സിലും അദ്ദേഹത്തിന് അപാര പാണ്ഡിത്യമാണുണ്ടായിരുന്നത്. ഗ്രഹങ്ങളുടെ ചലനം, ത്രികോണമിതി എന്നിവയിലും ഭാസ്കരാചാര്യർ പ്രഗത്ഭനായിരുന്നു. ത്രികോണമിതിയിലെ $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ എന്ന ഫോർമുലതന്നെയാണ് ഭാസ്കരാചാര്യരുടെ 'ചാപയോ' എന്ന തത്ത്വവും. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ അമൂർത്ത പ്രശ്നങ്ങൾ അദ്ദേഹം പദ്യരീതിയിൽ, ആവിഷ്കരിച്ചിരിക്കുന്നു. സൗന്ദര്യാത്മകമാണ് അദ്ദേഹം ആവിഷ്കരിച്ചിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ എല്ലാം തന്നെ. ഉദാഹരണം നോക്കുക.

അർജ്ജുനൻ തന്റെ എതിരാളിയായ കർണ്ണനെ കൊല്ലുവാൻ ആവനാഴിയിലെ അസ്ത്രങ്ങൾ പായിച്ചു. അവയിൽ പകുതി അസ്ത്രങ്ങൾകൊണ്ട് അദ്ദേഹം തന്റെ പ്രതിയോഗികളെ തടഞ്ഞു നിർത്തി. അസ്ത്രങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ വർഗമൂലം കൊണ്ട് അദ്ദേഹം കർണ്ണന്റെ കുതിരകളെ കൊന്നു. 3 അസ്ത്രം കൊണ്ട് അർജ്ജുനൻ കർണ്ണന്റെ കൊടിയും കൂടയും വില്ലും തകർത്തു. 1 എണ്ണം കൊണ്ട് കർണ്ണന്റെ ശിരസ്സുമറുത്തു. എത്ര ശരങ്ങളാണ് അർജ്ജുനൻ ആവനാഴിയിൽ നിന്നും അയച്ചത്?

ഭൂമിയുടെ ഗോളാകൃതിയെക്കുറിച്ചും അതിന്റെ ആകർഷണശക്തിയെക്കുറിച്ചും തികഞ്ഞ അറിവാണ് ഭാസ്കരാചാര്യർക്കുണ്ടായിരുന്നത്. ഭൂഗുരുത്വാകർഷണശക്തിക്ക് അദ്ദേഹം നല്കിയ പേര് 'ധർമ്മികാത്മകശക്തി' എന്നാണ്. എല്ലാ വസ്തുക്കളും ഭൂമിയിലേക്കു പതിക്കുന്നത് ഭൂമിയുടെ ധർമ്മികാത്മകശക്തികൊണ്ടാണെന്ന് ഭാസ്കരാചാര്യർ വ്യക്തമാക്കുന്നു. ഇപ്രകാരം ശാസ്ത്രരംഗത്ത് വിശിഷ്ട ഗണിതശാസ്ത്രരംഗത്ത് ഭാസ്കരാചാര്യർ നടത്തിയ ഗവേഷണങ്ങളുടേയും പ്രവർത്തനങ്ങളുടേയും മൂല്യം നിർണയിക്കുക പ്രയാസം തന്നെയാണ്.

യുക്ളിഡ്

അതിപ്രാചീനകാലത്ത് ഗണിതശാസ്ത്രരംഗത്ത് പ്രശോഭിച്ചിരുന്ന മറ്റൊരു അതികായനായിരുന്നു യുക്ളിഡ്. അദ്ദേഹം ജനിച്ചത് എവിടെയാണെന്നോ വിദ്യാഭ്യാസം നടത്തിയത്

എവിടെയാണെന്നോ എന്നതിനെക്കുറിച്ചൊന്നും വ്യക്തമായ രേഖകളില്ല. ഗ്രീക്കുനഗരമായ മെഗരയിലാണ് അദ്ദേഹം ജനിച്ചതെന്ന് വിശ്വസിക്കപ്പെട്ടിരുന്നു. എന്നാൽ മെഗരയിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന യൂക്ലിഡ് ഒരു തത്ത്വചിന്തകനായിരുന്നു എന്നാണ് ഇപ്പോഴുള്ള നിഗമനം. ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്ന യൂക്ലിഡ് ടോളമിയാൽ സ്ഥാപിതമായ അലക്സാണ്ട്രിയയിലെ റോയൽ സ്കൂളിലെ ഗണിതശാസ്ത്രാധ്യാപകനായിരുന്നു. ഇത് B.C 300ന് അടുത്താകുന്നു. ടോളമി, അലക്സാണ്ടറുടെ പിൻഗാമിയുമായിരുന്നു. ആമൻസിലെ പ്ലേറ്റോസ് അക്കാദമിയിൽ നിന്നും യൂക്ലിഡിന് വിദ്യാഭ്യാസം ലഭിച്ചതായും കരുതപ്പെടുന്നു. യൂക്ലിഡിന്റെ ഏറ്റവും വലിയ സംഭാവന 'എലിമെന്റ്സ്' എന്ന അതിവിശിഷ്ടമായ ഗണിതശാസ്ത്രഗ്രന്ഥമാണ്. ഇതുപോലൊരു ഗ്രന്ഥരചന മറ്റുള്ളവരാൽ അസാധ്യവുമാണ്. അത്രയ്ക്കു വിശിഷ്ടമാണ് ഈ ഗ്രന്ഥം. ഗ്രീക്കുഭാഷയിലുള്ള കൈയെഴുത്തുപ്രതിയിലൂടെയല്ല യൂറോപ്പിൽ ഈ ഗ്രന്ഥത്തെക്കുറിച്ച് അറിവു ലഭിച്ചത്. അതിന്റെ അറബിഭാഷയിലുള്ള പരിഭാഷയിൽ നിന്നാണ്. ഈ അറബി പരിഭാഷ A.D.1120ൽ അമൽ ഹാർഡ് എന്ന ഇംഗ്ലീഷുകാരൻ ലാറ്റിൻഭാഷയിലാക്കി. അതിലൂടെയാണ് യൂറോപ്പിലുള്ളവർ ഈ ഗ്രന്ഥത്തെപ്പറ്റി അറിഞ്ഞത്. 1570ലാണ് ഇതിന്റെ ഇംഗ്ലീഷ് പരിഭാഷയുണ്ടായത്. ബൈബിൾ കഴിഞ്ഞാൽ ഏറ്റവും കൂടുതൽ കോപ്പികൾ വിറ്റഴിഞ്ഞ കൃതിയാണ് 'എലിമെന്റ്സ്' എന്ന പുസ്തകം.

ഗണിതശാസ്ത്രതത്ത്വങ്ങളാണ് എലിമെന്റിസിലുള്ളത്. സർവസമത്വം, സാമാന്തരികം, പൈത്തഗോറസ് തിയറം, ബീജഗണിതകാര്യങ്ങൾ, വൃത്തങ്ങൾ, നമ്പരുകളുടെ പ്രാചീന ചരിത്രം, ക്ഷേത്രഗണിതരൂപങ്ങൾ, ഇങ്ങനെ ഗണിതശാസ്ത്ര സംബന്ധമായ വിവിധ വസ്തുതകളാണ് എലിമെന്റിസിൽ ഉള്ളത്. ചിട്ടയോടെയാണ് ഇവയെല്ലാം അദ്ദേഹം പ്രതിപാദിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതുകൂടാതെ ഗണിതശാസ്ത്രം, ഊർജതന്ത്രം, എന്നിവയിൽ വേറെയും ഗ്രന്ഥങ്ങൾ യൂക്ലിഡിന്റേതായിട്ടുണ്ട്.

ഈ രീതിയിൽ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന് മഹത്തായ പല സംഭാവനകളും യൂക്ലിഡ് നൽകി. ഇന്നത്തെ ക്ഷേത്രഗണിത വിദഗ്ധർ അദ്ദേഹത്തിന്റെ ചില തത്ത്വങ്ങളെ വിമർശിക്കുന്നുണ്ടെന്നുള്ളത് ശരിയാണ്. എന്നാൽ ക്ഷേത്രഗണിതത്തിന്റെ ജനയിതാവും സ്രഷ്ടാവും അദ്ദേഹമാണെന്ന കാര്യത്തിൽ അഭിപ്രായവ്യത്യാസം ഇല്ല.

കൂടുതൽ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞരുടെ ജീവചരിത്രവും സംഭാവനകളും ശേഖരിക്കൂ.

കേരളീയർ (സംഗമഗ്രാമ മായവൻ, ചോമാതിരി, പരമേശ്വരൻ...)

ഇതര ഭാരതീയർ (ആര്യഭടൻ, രാമാനുജൻ, കാപ്ലേക്കർ

വൈദേശികർ (പൈഥഗോറസ്, ദക്കാർത്ത, ഫിബ്നോച്ചി....)

നമ്മുടെ ഗണിത പാഠ്യപദ്ധതിയിൽ ഇവരുടെ ഗണിതസംഭാവനകളുടെ സ്വാധീനം എത്രത്തോളം? ചർച്ച ചെയ്യൂ. കുറിപ്പുകൾ തയ്യാറാക്കൂ.

അസൈൻമെന്റ്

കൂടുതൽ റഫറൻസ് പുസ്തകങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തി ഗണിതശാസ്ത്രകാരന്മാരുടെ (കേരളീയർ, ഇതര ഭാരതീയർ, വൈദേശികർ) ജീവചരിത്രവും അവരുടെ സംഭാവനകളും കണ്ടെത്തി പട്ടികപ്പെടുത്തൂ.

രാമാനുജൻ, പൈഥഗോറസ്, കാൾ ഫ്രെഡറിക് ഗോസ്, ആർക്കിമിഡീസ്, ആര്യഭടൻ, ഫിബ്നോച്ചി, സംഗമഗ്രാമ മായവൻ, ഡി.ആർ. കാപ്ലേക്കർ, റെനെ ഡെക്കാർത്ത, മുഹ

ഈ ബിൻ മൂസ അൽ ക്വാരിസ്മി, ഹൈപേഷ്യ, ഹെറോൺ, ചോമാതിരി, പരമേശ്വരൻ ഈ യൂണിറ്റിലൂടെ കടന്നുപോകുമ്പോൾ ഊന്നൽ നൽകുന്ന ആശയങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്നവയാണ്.

- ഗണിതചരിത്രപഠനത്തിന്റെ ആവശ്യകതയും പ്രാധാന്യവും
- ഗണിതചരിത്രം
 - സംഖ്യകളുടെ ഉൽഭവം
 - വ്യത്യസ്ത സംഖ്യാനസമ്പ്രദായങ്ങൾ
 - റോമൻ, ഇന്തോ അറബ്
 - അങ്കഗണിതചരിത്രം
 - ബീജഗണിതചരിത്രം
 - ജ്യോമിതി ചരിത്രം
 - ഭാരതീയഗണിതചരിത്രം
- ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞർ
 - കേരളീയർ (സംഗ്രാമ മാധവൻ, നീലകണ്ഠ സോമയാജി, ചോമാതിരി, പരമേശ്വരൻ)
 - ഇതര ഭാരതീയർ (ആര്യഭടൻ, ഭാസ്കരാചാര്യൻ, രാമാനുജൻ, കാപ്രേക്കർ)
 - വൈദേശികർ (യൂക്ലിഡ്, പൈതഗോറസ്, ഗോസ്, ഫിബിനോച്ചി, ദക്കാർത്തെ)

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഗണിതശാസ്ത്ര ചരിത്രപഠനം - പ്രസക്തിയും പ്രാധാന്യവും എന്ന വിഷയത്തിൽ ഒരു ലഘു പ്രബന്ധം തയ്യാറാക്കുക.
2. കേരളീയ ഗണിത ചരിത്രം എന്ന വിഷയത്തിൽ നടത്തുന്ന കിസ് മത്സരത്തിലേക്ക് ആവശ്യമായ കിസ് ചോദ്യങ്ങളും ഉത്തരങ്ങളും തയ്യാറാക്കുക.
3. ഭാരതീയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞരെ പരിചയപ്പെടുത്തുന്നതിന് സഹായിക്കുന്ന പവർപോയിന്റ് പ്രസന്റേഷൻ തയ്യാറാക്കുക.

യൂണിറ്റ് 3
ഗണിതപഠന സമീപനവും
പഠനബോധന രീതികളും തന്ത്രങ്ങളും

ആമുഖം

ശാസ്ത്രീയമായും ജ്ഞാനനിർമ്മിതിപരവുമായി അവതരിപ്പിച്ചാൽ ഏറ്റവും എളുപ്പത്തിൽ കുട്ടികൾക്ക് സ്വായത്തമാക്കാവുന്ന ഒരു വിഷയമാണ് ഗണിതം. അനുയോജ്യ മല്ലാത്ത ബോധനരീതികളും കാഴ്ചപ്പാടിന്റെ അഭാവവും ഗണിതത്തെ പലപ്പോഴും ഒരു വിഷമകരമായ വിഷയമായി മാറ്റിയിരിക്കുന്നു. ശാസ്ത്രീയവും അനുയോജ്യവും ആകർഷ കവുമായ രീതിയിൽ ഗണിതത്തെ എങ്ങനെ കൈകാര്യം ചെയ്യാമെന്ന ധാരണയിലേയ്ക്ക് അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികളെ എത്തിക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നത്. പ്രധാനമായും 3 മേഖല കളായാണ് യൂണിറ്റിനെ വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഗണിതപഠനസമീപനം, ഗണിതപഠനബോ ധനരീതി, ഗണിതപഠനതന്ത്രങ്ങൾ എന്നിവയാണവ. ഇവ ഓരോന്നും വൈവിധ്യമാർന്ന പഠനനേട്ടങ്ങളുമായി ബന്ധിപ്പിച്ചു കൊണ്ട് പ്രവർത്തനാത്മകരീതിയിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരി ക്കുന്നു.

➤ **ഗണിതപഠനസമീപനവും പഠനബോധനരീതികളും തന്ത്രങ്ങളും**

a) **ഗണിതപഠനസമീപനം**

പരിസരബന്ധിതം, പ്രക്രിയാബന്ധിതം, പ്രവർത്തനാധിഷ്ഠിതം, ചിന്തയെക്കുറിച്ചുള്ള ചിന്ത, പ്രശ്നാപഗ്രഥനം, സാമാന്യവൽക്കരണം, വിവ്രജനചിന്ത, മനക്കണക്ക്.

- * വിവിധ വിദ്യാഭ്യാസമനശ്ശാസ്ത്ര ചിന്തകരുടെ ഗണിതപഠന കാഴ്ചപ്പാടുകൾ.
- * ബ്രൂണറുടെ ആശയഗ്രഹണഘട്ടങ്ങൾ.
- * റിച്ചാർഡ് ആർ സ്കെമ്പ് Intelligent Learning
- * ഗണിതപഠന സമീപനവും പഠനബോധന രീതികളും തന്ത്രങ്ങളും (ELPS)

b) **ഗണിതപഠനബോധന രീതികൾ**

- ആഗമനരീതി, നിഗമനരീതി
- അപഗ്രഥന, ഉദ്ഗ്രഥനരീതികൾ
- പ്രോജക്ട് രീതി

c) **ഗണിതപഠനബോധന തന്ത്രങ്ങൾ**

- * വ്യക്തിഗത, ഗ്രൂപ്പ് പ്രവർത്തനങ്ങൾ
- * സെമിനാറുകൾ, അസൈൻമെന്റുകൾ, ഗണിതകേളികൾ

d) **ഹിഡൺ കരിക്കുലം (ലിംഗസമത്വം, സാമൂഹികനീതി)**

ഗണിതപഠന സമീപനം

ദേശീയ പാഠ്യപദ്ധതി ചട്ടക്കൂടിന്റെ ഭാഗമായി ഗണിതപഠനത്തിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യമായി പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത് ചിന്തയുടെ ഗണിതവൽക്കരണം എന്നതാണ്. തെളിമയുള്ള ചിന്ത, അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങളിൽ നിന്ന് യുക്തിപൂർവ്വം നിഗമനങ്ങളിലെത്താനുള്ള കഴിവ്, അമൂർത്തമായ ആശയങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യാനുള്ള ശേഷി, പ്രശ്നങ്ങൾ ചിട്ടയായി വിശകലനം ചെയ്യാനും പരിഹരിക്കാനുമുള്ള സന്നദ്ധത ഇവയാണ് NCERT ഇതിനായി നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുള്ളത്.

ദൈനംദിന പ്രശ്നങ്ങളുടെ ഗണിതവും കേവല ഗണിതത്തിന്റെ സൂക്ഷ്മ വിശകലനവും ഒത്തു ചേരുന്ന, സ്വതന്ത്രവും യുക്തിപരവുമായ എല്ലാ ചിന്തകളെയും അംഗീകരിക്കുന്ന അർഥപൂർണ്ണമായ സംവാദങ്ങളുടെ അന്തരീക്ഷത്തിലൂടെ വേണം ഗണിതപഠനം നടക്കേണ്ടത്. ഇതിനനുസരിച്ച് സൂക്ഷ്മവും അമൂർത്തവും യുക്ത്യാധിഷ്ഠിതവുമായ ഗണിതശയങ്ങളെ പഠിതാക്കളിലെത്തിക്കുന്നതിന് വിവിധ രീതികളും തന്ത്രങ്ങളും നിലവിലുണ്ട്. മുൻ കാലങ്ങളിൽ വ്യവഹാര പഠനരീതിയായിരുന്നു ഗണിതപഠനത്തിന് ഉപയോഗിച്ചിരുന്നതെങ്കിൽ, ഇന്ന് പൂർണ്ണമായും അറിവ് നിർമ്മാണരീതിയാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്. ആധുനികവും ശാസ്ത്രീയവുമായ ജ്ഞാനനിർമ്മിതി വാദത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഗണിതപഠനം നടത്തുന്നതിനുള്ള രീതികളാണ് ഗണിതപഠനസമീപനത്തിന്റെ ഭാഗമായി ഇന്ന് അവലംബിച്ചിരിക്കുന്നത്.

സമീപനം എന്നാൽ ഒരു കാര്യത്തെപ്പറ്റി നമുക്കുള്ള കാഴ്ചപ്പാടാണ്. ഗണിതപഠന സമീപനമെന്നാൽ, ഗണിതപഠനം എങ്ങനെ ആയിരിക്കണം എന്ന ആധുനിക കാഴ്ചപ്പാടാണ്. അത് പൂർണ്ണമായും കുട്ടികൾ സ്വയമേവ അറിവ് നിർമ്മിക്കുന്ന തരത്തിലായിരിക്കണം. ഗണിതപഠന സമീപനത്തിലെ ചില കാഴ്ചപ്പാടുകൾ ചുവടെ വിവരിക്കുന്നു.

പിയാജെ (ജ്ഞാനനിർമ്മിതിവാദം - Cognitive constructivism)

ജ്ഞാനനിർമ്മിതിവാദവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വസ്തുതകൾ

- പഠനം സ്വാഭാവികവും ജീവശാസ്ത്രപരവുമായ പ്രക്രിയയാണ്.
- തന്റെ പരിസരവുമായി സംവദിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന അനുരൂപീകരണത്തിന്റെ (Adaptation) ഫലമായാണ് പഠനം നടക്കുന്നത്.
- പരിഹരിക്കപ്പെടേണ്ട വൈജ്ഞാനിക അസന്തുലിതാവസ്ഥയാണ് (disequilibrium) പഠനത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നത്.
- നിലവിലുള്ള വൈജ്ഞാനികഘടനയുമായി പൊരുത്തപ്പെടാത്ത ഏതു വിജ്ഞാനഘടകവും നിർമ്മമകമായിരിക്കും.
- ഉൾപ്രേരണ പഠനത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്ന ഒരു ഘടകമാണ്.
- അനുഭവങ്ങളിലൂടെയാണ് അറിവ് സൃഷ്ടിക്കപ്പെടുന്നത്.
- കുട്ടിക്ക് സുഗമമായും സ്വന്തമായും പഠിക്കാനുതകുന്ന അവസരങ്ങൾ ഒരുക്കുകയാണ് ടീച്ചറുടെ കടമ.

ഉദാ: ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക എത്ര? എന്ന പുതിയ പ്രശ്നം കുട്ടി നേരിടുന്നു എന്ന് കരുതുക.

- * ഈ പ്രശ്നം കുട്ടിയിൽ ബൗദ്ധികമായ അസന്തുലിതാവസ്ഥ സൃഷ്ടിക്കുന്നു.
- * നേരത്തെ നേടിയിട്ടുള്ള വൈജ്ഞാനിക അംശങ്ങളുമായി (സ്കീം) പഠിതാവ് പുതിയ പ്രശ്നത്തെ ബന്ധപ്പെടുത്തുന്നു. (ചതുർഭുജത്തെ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളായി മാറ്റാമെന്നും ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180° ആണെന്നും മുള്ള മുന്നറിവ്) പ്രശ്നപരിഹാരം നടത്തുന്നു.
- * ഇതുവഴി പുതിയ അറിവ് സ്വാംശീകരിക്കുന്നു (assimilation)
- * പുതിയ വിജ്ഞാനത്തിന് (ചതുർഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 360°) തന്റെ വൈജ്ഞാനിക ഘടനയിൽ ഒരിടം നൽകുന്നു. ഇതാണ് സമരസപ്പെടൽ (accommodation)
- * ഇത്തരം സമരസപ്പെടൽ കൊണ്ട് കുട്ടിയുടെ വൈജ്ഞാനികഘടന വികസിക്കുന്നു.

വൈഗോട്സ്കി (സാമൂഹ്യജ്ഞാന നിർമ്മിതിവാദം)

സാമൂഹ്യജ്ഞാനനിർമ്മിതി വാദവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വസ്തുതകൾ :

- ▲ പഠനവും വികാസവും സാമൂഹികവും സാംസ്കാരികവുമായ ഇടപഴകലിലൂടെയാണ് നടക്കുന്നത്.
- ▲ അർത്ഥപൂർണ്ണമായ സാമൂഹ്യസന്ദർഭങ്ങൾക്ക് പഠനത്തിൽ ഗണ്യമായ സ്ഥാനമാണ് ഉള്ളത്.
- ▲ കുട്ടികൾ അധ്യാപകന്റെ സഹായത്തോടെ അറിവ് നിർമ്മിക്കുന്നു.
- ▲ സഹകരണാത്മകവും സഹവർത്തിത്വവുമായ രീതികൾ പഠനത്തെ ഫലപ്രദമാക്കുന്നു.
- ▲ ഓരോ കുട്ടിയുടെയും ZPD (Zone of Proximal Development) പരിഗണിച്ച് മറ്റുള്ളവരുടെ സഹായത്തോടെ എത്തിച്ചേരാൻ കഴിയുന്ന ഉയർന്ന നിലയിലേക്ക് കുട്ടിയെ എത്തിക്കണം.
- ▲ അധ്യാപകന്റെ കൈത്താങ്ങ് (Scaffolding) അവശ്യ സന്ദർഭങ്ങളിൽ നൽകി ക്രമേണ സ്വയം പഠനത്തിലേക്ക് നയിക്കണം.

പരിസരബന്ധിതം

കേവല ഗണിത ചിന്തകളും തത്വങ്ങളും തുടങ്ങി സങ്കീർണ്ണ ഗണിതത്തിലേക്ക് പോകുന്നതിന് പകരം കുട്ടികളുടെ ചുറ്റുപാടും കാണുന്ന മൂർത്തവും അമൂർത്തവുമായ സന്ദർഭങ്ങളെ ഗണിത പ്രവർത്തനങ്ങളാക്കി നൽകിയാകണം ഗണിത ബോധനം നിർവ്വഹിക്കേണ്ടത്. വീട്, വീട്ടുപകരണങ്ങൾ, പരിസരം, ദൈനംദിന പ്രവർത്തനങ്ങൾ, കളികൾ, കുട്ടികളുടെ ബോധമണ്ഡലത്തിന് യോജിച്ച മറ്റ് പരിസരബന്ധിയായ വസ്തുക്കൾ തുടങ്ങിയവയെല്ലാം ഗണിത ബോധന പ്രക്രിയക്ക് വേണ്ടിയുള്ള അടിസ്ഥാന ഘടകങ്ങളാക്കാവുന്നതാണ്.

പ്രക്രിയാബന്ധിതം

ഗണിതത്തിലെ പ്രക്രിയാശേഷികൾക്ക് പ്രാധാന്യം നൽകിയാണ് ഓരോ ഗണിത പ്രവർത്തനവും തയ്യാറാക്കി അവതരിപ്പിക്കേണ്ടത്. ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ജ്യാമിതി എന്നിവയുടെ യൊക്കെ പഠനം, നിരീക്ഷണം, ഊഹിക്കൽ, പട്ടികപ്പെടുത്തൽ, താരതമ്യം, യുക്തീകരണം, നിഗമനം രൂപീകരിക്കൽ, സാമാന്യവൽക്കരണം, തുടങ്ങിയ ഗണിത പ്രക്രിയാശേഷികളിൽ അധിഷ്ഠിതമായിരിക്കണം.

പ്രവർത്തനാധിഷ്ഠിതം

സംഖ്യാബോധം, ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ജ്യാമിതി, അളവുകൾ തുടങ്ങിയ ഓരോ മേഖലയും അനുയോജ്യമായ പഠന പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ കുട്ടികൾക്ക് പരിചയപ്പെടുത്തണം. അധ്യാപകർ വിശദീകരിക്കുകയും കുട്ടികൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം കേട്ടിരിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന രീതി ഗണിത പഠനത്തിൽ നാം സ്വീകരിക്കുന്നില്ല. ജ്ഞാനനിർമ്മിതിവാദത്തിന് സ്വീകാര്യമായ തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഓരോ ഗണിതാശയം രൂപീകരിക്കുന്നതായി കണ്ടെത്തി നൽകേണ്ടതാണ്.

ചിന്തയെക്കുറിച്ചുള്ള ചിന്ത (Meta thinking)

പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ കടന്നുപോവുകയും പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുകയും ചെയ്ത ഒരു കുട്ടി താൻ കടന്നു പോയ വഴികളെയും ഘട്ടങ്ങളെയും വിലയിരുത്തുകയും ആവശ്യമായ തിരുത്തലുകൾ വരുത്തുകയും ചെയ്യുന്ന പ്രക്രിയയാണ് ചിന്തയെക്കുറിച്ചുള്ള ചിന്ത.

ഏതൊരു ഗണിത പ്രവർത്തനവും ചിന്തയെക്കുറിച്ചുള്ള ചിന്തയ്ക്ക് വിധേയമാക്കപ്പെടണം. ഇതിലൂടെ തന്റെ യുക്തിചിന്തയും മനക്കണക്കും തെറ്റുകൾ തിരിച്ചറിയാനുള്ള ശേഷിയും വർദ്ധിക്കുന്നു. ഗണിതം ആസ്വദിക്കാനും അതിന്റെ സൗന്ദര്യാത്മകമൂല്യം ബോധ്യപ്പെടാനും പുതിയ ഉൾക്കാഴ്ച (insight learning) രൂപപ്പെടാനും ഇത് കുട്ടികളെ സഹായിക്കുന്നു.

പ്രശ്നാപഗ്രഥനം

ഓരോ ഗണിത പ്രശ്നത്തെയും കുട്ടികൾ യുക്തിപൂർവ്വവും ശാസ്ത്രീയവുമായി സമീപിക്കേണ്ടതുണ്ട്. എന്താണ് പ്രശ്നം എന്നും എന്താണ് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യേണ്ടതെന്നും, എന്തെല്ലാം ദത്തങ്ങൾ ആവശ്യമാണെന്നും, അതിന് എന്തെല്ലാം വിവരങ്ങൾ ചോദ്യത്തിൽ തന്നിട്ടുണ്ടെന്നും, സൂത്രവാക്യങ്ങളോ, നിർദ്ധാരണ പ്രക്രിയയോ ഏതാണ് സ്വീകാര്യമെന്നും കുട്ടി സ്വയം തിരിച്ചറിയേണ്ടതുണ്ട്. ഓരോ ഗണിത പ്രശ്നത്തെയും ഇങ്ങനെ ശാസ്ത്രീയമായി സമീപിച്ച് ഉചിതമായ നിർദ്ധാരണരീതി വികസിപ്പിക്കാനും കുട്ടികളെ പ്രാപ്തരാക്കണം. നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങളെ അഭിമുഖീകരിക്കാനും വിശകലനം ചെയ്ത് തീരുമാനത്തിലെത്താനും പ്രശ്നാപഗ്രഥനത്തിലൂന്നിയ ഗണിതപഠന രീതി കുട്ടികളെ സഹായിക്കും. ഇതിന് അമൂർത്തവൽക്കരണം, പരിമാണവൽക്കരിക്കൽ (Quantification), വലിയ പ്രശ്നങ്ങളെ ചെറിയ പ്രശ്നങ്ങളാക്കി മാറ്റൽ, ഊഹിക്കലും നിഗമനം നടത്തലും, പരിശോധന, കേസ് സ്റ്റഡി, പരീക്ഷണരീതി, തുടങ്ങിയ ഉയർന്ന ചിന്താശേഷികൾ

ആവശ്യപ്പെടുന്ന ചെറുതും വലുതുമായ ഗണിത സന്ദർഭങ്ങൾ അധ്യാപകർ ഒരുക്കി കൊടുക്കണം.

സാമാന്യവൽക്കരണം

സാമാന്യവൽക്കരണ ശേഷി ആർജ്ജിക്കൽ ഗണിതപഠനത്തിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യങ്ങളിലൊന്നാണ് . ഉദാഹരണങ്ങളിൽ കൂടി സാമാന്യവൽക്കരണത്തിലെത്താൻ സഹായിക്കുന്ന നിരവധി ഗണിത സന്ദർഭങ്ങൾ അധ്യാപിക കണ്ടെത്തി നൽകേണ്ടതുണ്ട്. ലളിതമായ ഉദാഹരണങ്ങൾ മുതൽ സങ്കീർണ്ണമായ ഗണിത സാമാന്യവൽക്കരണം വരെ വിവിധ ക്ലാസുകളിൽ ചെയ്യേണ്ടതുണ്ട്.

ഉദാ: $1+2+3 = 2 \times 3 = 6$
 $2+3+4 = 3 \times 3 = 9$
 $4+5+6 = 5 \times 3 = 15$

തുടർച്ചയായ 3 എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുക മധ്യത്തിലുള്ളതിന്റെ 3 മടങ്ങാണ്.

ഇതിൽ നിന്നും 3 എണ്ണൽ സംഖ്യകൾക്ക് പകരം എത്ര എണ്ണൽ സംഖ്യകളുണ്ടെങ്കിലും തുക കാണാനുള്ള വഴി കുട്ടികൾ സാമാന്യവൽക്കരിക്കട്ടെ.

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ നിങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ.

വിവ്രജന ചിന്ത (Divergent thinking)

ചിന്തയെ വ്യത്യസ്തരീതിയിലും ദിശയിലും ചലിപ്പിക്കുന്നതിന് പ്രചോദനമാകുന്ന തരത്തിൽ ഗണിതപഠനം മാറ്റേണ്ടതുണ്ട്. തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾ, പസിലുകൾ, പ്രോജക്ടുകൾ, പരീക്ഷണങ്ങൾ തുടങ്ങിയ സങ്കേതങ്ങളും മാർഗ്ഗങ്ങളും ഇതിനായി ഉപയോഗിക്കാം. ജ്യോമിതീയ പാറ്റേണുകൾ, സംഖ്യാ പാറ്റേണുകൾ തുടങ്ങിയവയും ഉപയോഗിക്കാം. ഒന്നാം യൂണിറ്റിൽ കൊടുത്ത നിധിയുടെ പസിൽ തന്നെ നിങ്ങൾക്ക് നാലോ അഞ്ചോ വിധത്തിൽ പരിഹരിക്കാം.

നിങ്ങളുടെ അധ്യാപികയുടെയും കുട്ടുകാരുടെയും സഹായത്താൽ പസിലുകൾ കണ്ടെത്തി. വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ പരിഹരിച്ചു നോക്കൂ. വിവ്രജന ചിന്തയുടെ വിവിധ സങ്കേതങ്ങൾക്കനുയോജ്യമായ കേസുകളും പ്രശ്നങ്ങളും അവയുടെ പരിഹാരവും കണ്ടെത്തൂ.

മനക്കണക്ക് (Mental Maths)

ഏതൊരു ഗണിതക്രിയയും ആദ്യം മനക്കണക്കായി നൽകണം. കൃത്യമായ ഉത്തരത്തിലെത്തുകയോ ഉത്തരത്തിനോടടുത്തത്തുകയോ ഉത്തരത്തിലെത്താനുള്ള കൃത്യമായ വഴികളിൽ എത്തുകയോ ചെയ്യുന്നതിന് മനക്കണക്ക് സഹായിക്കുന്നു. ഗുണന, ഹരണ വസ്തുതകൾ സ്വായത്തമാക്കുന്നതിനും മനക്കണക്ക് സഹായിക്കും.

പ്രശ്നനിർധാരണത്തിന്റെ ആദ്യപടിയായി ചോദ്യ വിശകലനവും പിന്നീട് മനക്കണക്കും ഉപയോഗപ്പെടുത്തണം. മനക്കണക്ക് ഉപയോഗിക്കാതെ അൽഗോരിതം മാത്രം ഉപയോഗ

പ്പെടുത്തി ക്രിയ ചെയ്യുന്ന കുട്ടികളിൽ തെറ്റ് വരാനുള്ള സാധ്യത അധികമാണ്. സംഖ്യാ ബോധം ഉറപ്പിക്കുന്നതിനും മനക്കണക്ക് സഹായകമാണ്.

ഉദാഹരണമായി $824 \div 8$ എന്ന ക്രിയ നൽകി അൽഗോരിത പ്രകാരം ചെയ്താൽ നല്ലൊരു വിഭാഗം കുട്ടികളും ഉത്തരം 13 എന്ന് എഴുതുന്നു. ഇതേ ക്രിയ മനക്കണക്കായി ചെയ്താൽ എല്ലാവർക്കും 103 എന്ന ശരിയുത്തരം കിട്ടുന്നു.

സ്വന്തമായി ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ഈ വസ്തുത ശരിയോ എന്ന് നിങ്ങൾ പരിശോധിച്ചു നോക്കുമല്ലോ.

വിവിധ മനശ്ശാസ്ത്ര വിദ്യാഭ്യാസ ചിന്തകരുടെ ഗണിതപഠന കാഴ്ചപ്പാടുകൾ

വിവിധ മനശ്ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരുടെ സിദ്ധാന്തങ്ങൾ റഫറൻസ്, ഗ്രൂപ്പ് ചർച്ച, എന്നിവയിലൂടെ കണ്ടെത്തുന്നു. താരതമ്യം ചെയ്ത് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുന്നു.

ഓരോ സിദ്ധാന്തവും ഗണിത പഠനസമീപനവുമായി എത്രത്തോളം യോജിക്കുന്നു എന്ന് കണ്ടെത്തി കുറിപ്പ് തയ്യാറാക്കുക.

ബ്രൂണറുടെ കാഴ്ചപ്പാടുകൾ

പഠിതാക്കൾ നിലവിലുള്ള അറിവിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പുതിയ ആശയങ്ങളും ധാരണകളും സ്വയം നിർമ്മിക്കുന്നു. വിവരങ്ങൾ തിരഞ്ഞെടുക്കുക, പരിവർത്തനത്തിന് വിധേയമാക്കുക. തീരുമാനങ്ങൾ എടുക്കുക, പരികല്പനകൾ നിർമ്മിക്കുക, അറിവുകളുടെയും അനുഭവങ്ങളുടെയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ പുതിയ ജ്ഞാനം ആർജ്ജിക്കുക മുതലായവ പഠന പ്രക്രിയയുടെ ഭാഗമായി നടക്കുന്നു.

മൂന്ന് ഘട്ടങ്ങളായാണ് ജ്ഞാനാർജ്ജനം നടക്കുന്നതെന്നാണ് ബ്രൂണറുടെ അഭിപ്രായം.

1. പ്രവർത്തന ഘട്ടം [Enactive Stage]

നേർ അനുഭവങ്ങൾക്ക് കാരണമാവുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെയാണ് ആദ്യ ഘട്ടത്തിൽ കുട്ടികൾ വസ്തുക്കളെയും ധാരണകളെയും മനസ്സിലാക്കുന്നത്. ചാലക വികാസം അഥവാ പേശി വികസനത്തിലേക്ക് ഇത് നയിക്കുന്നു. ഇതിലൂടെ കുട്ടികളിൽ മാനസിക പ്രതിനിധാനം നടക്കുന്നു. ഈ ഘട്ടത്തെ പ്രവർത്തന ഘട്ടം എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

2. ബിംബന ഘട്ടം [Iconic Stage]

പ്രവർത്തനഘട്ടത്തിലൂടെ ലഭിച്ച മാനസിക പ്രതിനിധാനം, പ്രവർത്തനങ്ങളുടെയോ വസ്തുക്കളുടെയോ മാനസിക ബിംബം കുട്ടികളിൽ രൂപപ്പെടുന്നതിന് സഹായിക്കുന്നു. ഇന്ദ്രിയ ശേഷികളുടെ വികാസം ഈ ഘട്ടത്തെ പരിപോഷിപ്പിക്കുന്നു. ഇന്ദ്രിയങ്ങളിലൂടെ ലഭിക്കുന്ന ബിംബങ്ങൾ എന്ന അർത്ഥത്തിലാണ് ഈ ഘട്ടത്തെ ബിംബന ഘട്ടം എന്ന് വിളിക്കുന്നത്.

3. പ്രതീകാത്മക ഘട്ടം (Symbolic Stage)

ബിംബനഘട്ടത്തിലൂടെ രൂപീകരിക്കപ്പെട്ട അറിവുകളും ആശയങ്ങളും ധാരണകളും കൂടുതൽ രൂപമുലമാകുന്നത് ഈ ഘട്ടത്തിലാണ്. ആശയ രൂപീകരണത്തിന്റെ ഉയർന്ന തലമാണിത്.



ഉദാ :

- ❖ ഒരു കൂട്ടം പൂക്കൾ, വസ്തുക്കൾ, ജീവികൾ എന്നിവയിൽ നിന്ന് കുട്ടികൾക്ക് നേർ അനുഭവം കിട്ടുന്നു.
- ❖ ഇവയുടെ അഭാവത്തിലും ഇവയെക്കുറിച്ചുള്ള ബിംബനത്തിലൂടെ മാനസിക പ്രതിനിധാനം ലഭിക്കുന്നു.
- ❖ ഇവയുടെ എണ്ണത്തെ കുറിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ, ചിഹ്നങ്ങൾ, പ്രതീകങ്ങൾ എന്നിവയിലേക്കുള്ള വളർച്ചയോടെ ജ്ഞാനാർജ്ജനം പൂർത്തിയാകുന്നു.

ഗണിതപഠനത്തിൽ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

ELPS (Experience, Language, Picture, Symbol)

(അനുഭവം, ഭാഷ, ചിത്രം, പ്രതീകം)

ഗണിതാശയ രൂപീകരണത്തിന്റെ നാല് സുപ്രധാന ഘട്ടങ്ങളാണ് E,L,P,S എന്നിവ.

- E** - Experience with Physical Objects
- L** - Language Spoken that describes the experience
- P** - Pictures that represent experience
- S** - Symbols used that generate the experience

ഭൗതിക വസ്തുക്കൾ അല്ലെങ്കിൽ മുർത്തമായ സന്ദർഭങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നേരനുഭവം സൃഷ്ടിക്കൽ ആണ് അനുഭവം (Experience) കൊണ്ടുദ്ദേശിക്കുന്നത്. വസ്തുക്കൾ, ഉപകരണങ്ങൾ, പരീക്ഷണങ്ങൾ, പ്രവർത്തനങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ ഇതിനായി പ്രയോജനപ്പെടുത്താം.

നേടിയ അനുഭവങ്ങളെ പഠിക്കാൻ സ്വയം വിശദീകരിക്കുകയും അധ്യാപിക വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനിക്കാൻ അവസരം സൃഷ്ടിക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോൾ ഭാഷ (Language) എന്ന രണ്ടാംഘട്ടം പൂർണ്ണമാകുന്നു.

നേടിയ അനുഭവങ്ങളെ ചിത്രങ്ങൾ, മാതൃകകൾ, ഗ്രാഫുകൾ, ചിത്രീകരണങ്ങൾ, ചിഹ്നങ്ങൾ

എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുമ്പോൾ ചിത്രീകരണഘട്ടം (Picturisation) പൂർത്തിയാകുന്നു.

നേടിയ അനുഭവങ്ങളെ അനുയോജ്യമായ ഭാഷ, ചിത്രം എന്നിവക്കു പുറമെ അനുയോജ്യമായ ഗണിത ചിഹ്നങ്ങൾ, അക്കങ്ങൾ, ചരങ്ങൾ, മറ്റ് സങ്കേതങ്ങൾ എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് പ്രതീകാത്മകമായി സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള ശേഷി നേടുന്നതിനെയാണ് പ്രതീകം (Symbol) എന്നത് കൊണ്ട് ഉദ്ദേശിക്കുന്നത്.

സമാന്തരവരകൾ എന്ന ആശയം കുട്ടികളിൽ രൂപീകരിക്കുന്നതിന്, സമാന്തര വശങ്ങളോടു കൂടിയ വസ്തുക്കൾ, ഉപകരണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ കൈകാര്യം ചെയ്യാനും കാണുവാനും അനുഭവവിഷ്ഠിതമാക്കുവാനും ധാരാളം അവസരം കുട്ടികൾക്ക് നൽകണം.

മേശയുടെ വശങ്ങൾ, വാതിൽ, ബഞ്ച്, റെയിൽപ്പാളങ്ങൾ, പുസ്തകത്തിന്റെ വക്കുകൾ തുടങ്ങിയവ പരിചയപ്പെടുന്നതിലൂടെ നേർ അനുഭവങ്ങൾ ലഭിക്കുന്നു.

അനുഭവം സ്വായത്തമാക്കിയ കുട്ടികളെ അവയുടെ ഭാഷാപരമായ പ്രകടനം, വിശദീകരണം, താരതമ്യം, പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തൽ തുടങ്ങിയ പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടുത്തണം.

സമാന്തരവശങ്ങളുടേയും സമാന്തരവരകളുടേയും ചിത്രങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആണ് പിന്നീട് ചെയ്യേണ്ടത്. സമാന്തരവരകൾ ഉൾപ്പെടുന്ന ധാരാളം ദ്വിമാന/ത്രിമാന/ജ്യാമിതീയ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിലൂടെ ഇവയെക്കുറിച്ചുള്ള ആശയ രൂപീകരണം ദൃഢമാകുന്നു.

സമാന്തരവരകളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന പ്രതീകങ്ങൾ (// അഥവാ പാരലൽ ലൈൻസ്), മറ്റ് ചിത്രങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ പരിചയപ്പെടുകയും അനുഭവങ്ങൾ ആർജ്ജിക്കുകയും ചെയ്യുന്നതിലൂടെ ആശയരൂപീകരണം പൂർണ്ണമാകുന്നു.

സ്വന്തമായി കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ELPS ക്രമം കാണിക്കുന്ന പ്രവർത്തനക്കുറിപ്പുകൾ തയ്യാറാക്കുക.

ഗണിതപഠനരീതികൾ

ഗണിതപഠനരീതികൾ മൂന്നായിതിരിക്കാം.

- a) ആശയങ്ങൾ, തത്വങ്ങൾ, നിർവ്വചനങ്ങൾ തുടങ്ങിയവയുടെ ബോധനത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്ന രീതികൾ. (ഉദാ: ആഗമനരീതി, നിഗമനരീതി)
- b) പ്രശ്നനിർദ്ധാരണത്തിന് പ്രയോജനപ്പെടുത്താവുന്ന രീതികൾ (ഉദാ: അപഗ്രഥന/ഉഗ്രഥനരീതി)
- c) സങ്കീർണ്ണമായതോ ദൈർഘ്യമേറിയതോ ആയ ഗണിതാശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിനും പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം നടത്തുന്നതിനും പ്രയോജനപ്പെടുത്താവുന്നവ. (ഉദാ: ഗവേഷണരീതി, പ്രോജക്ട് രീതി, പരീക്ഷണരീതി)

വിവിധ ഗണിതബോധനരീതികൾ, ഗണിതാശയവിനിമയം നടത്തുന്നതിന് സഹായകമാണ്.

(i) ആഗമന രീതി (Inductive Method)

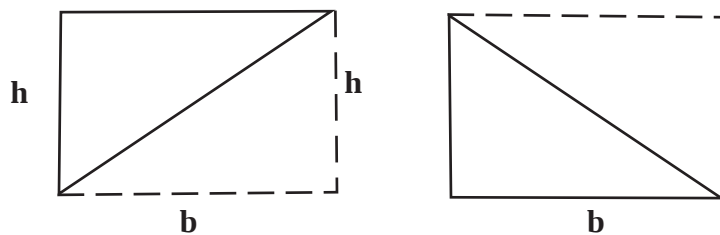
മുർത്തമോ അമുർത്തമോ ആയ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ കൂടി കടന്നു പോയി പൊതുവായ നിഗമനത്തിൽ എത്തിച്ചേരുന്നതാണ് ആഗമനരീതിയുടെ പ്രത്യേകത. ഒരു ആശയമോ, പൊതുതത്വമോ, നിർവ്വചനമോ, സൂത്രവാക്യമോ, രൂപീകരിക്കുന്നതിന് വേണ്ടി ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ അനുയോജ്യമാണ്.

ഉദാ: (1) ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആയിരിക്കും.

കുട്ടികൾക്ക് 45 വ്യത്യസ്ത ത്രികോണങ്ങൾ നൽകുന്നു. ഓരോ ത്രികോണത്തിന്റെയും 3 കോണുകളുടെയും തുക കുട്ടികൾ അളന്നെഴുതി തുക കാണട്ടെ. തുക 180° ആണെന്ന് കുട്ടികൾ സ്വയം കണ്ടെത്തുന്നു.

സമാനമായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആവർത്തിക്കുന്നു. ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ നിന്നും കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കുന്നു. ‘ഏതൊരു ത്രികോണത്തിന്റെയും കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180° ആയിരിക്കും.’

ഉദാ: (2) മട്ട ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് $A = \frac{1}{2}bh$



ഓരോ മട്ടത്രികോണത്തിനോടും തുല്യ വലിപ്പമുള്ള മറ്റൊരു മട്ടത്രികോണം ചേർത്തു വെച്ചാൽ ചതുരമാവും. മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{1}{2}bh$

(ii) നിഗമന രീതി (Deductive Method)

പൊതുതത്വം, നിർവ്വചനം, സൂത്രവാക്യം തുടങ്ങിയ ഗണിതാശയങ്ങൾ ആദ്യമേ പ്രസ്താവിക്കുകയും, അവയുപയോഗിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യലുമാണ് നിഗമന രീതിയുടെ സവിശേഷത.

മുകളിൽ കൊടുത്ത ഉദാഹരണങ്ങൾ നിഗമന രീതിയിലുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങളായി തയ്യാറാക്കി നോക്കൂ.

ആഗമന, നിഗമന രീതികളിൽ കൂടി കണ്ടെത്താവുന്ന വേറെയും ഉദാഹരണങ്ങൾ എഴുതി നോക്കൂ.

ആഗമന/നിഗമനരീതികളുടെ മേന്മകളും പോരായ്മകളും

രണ്ട് രീതികളും ജ്ഞാനനിർമ്മിതി വാദത്തോട് ചേർന്നു നിൽക്കുന്നതും പ്രവർത്തനാധിഷ്ഠിതവുമാണ്. എന്നാൽ ഇവ ഓരോന്നും അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ ഫലപ്രദമായി അവതരിപ്പിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഇവ ഓരോന്നിന്റെയും മേന്മകളും പോരായ്മകളും ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

ആഗമനരീതിയുടെ മേന്മകൾ

- ◇ ആശയഗ്രഹണം പൂർണ്ണമാണ്.
- ◇ കുട്ടികളുടെ പങ്കാളിത്തം
- ◇ ഗവേഷണമനോഭാവം
- ◇ യുക്തിചിന്താപരം
- ◇ നേരിട്ടുള്ള നിരീക്ഷണം.
- ◇
- ◇

പരിമിതികൾ

- ▲ സമയനഷ്ടം
- ▲ എല്ലാസന്ദർഭത്തിലും അനുയോജ്യമല്ല.
- ▲
- ▲

നിഗമനരീതിയുടെ പ്രത്യേകതകൾ

- ◇ സാമാന്യതയ്ക്കായി നിന്ന് പ്രത്യേക ഉദാഹരണത്തിലേക്ക്
- ◇ അമൂർത്തതയിൽ നിന്ന് മൂർത്തതയിലേക്ക്
- ◇ ഒരു തത്വത്തിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു തത്വത്തിലേക്ക്

ഉദാ: ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = നീളം വീതി എന്ന സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്നു.

മേന്മകൾ

- ▲ ഹ്രസ്വവും സമയലാഭവും
- ▲ ഓർമ്മശക്തി വളർത്തുന്നു.
- ▲ പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിൽ കാര്യക്ഷമതയും വേഗതയും
- ▲
- ▲

പരിമിതികൾ

- മനശ്ശാസ്ത്രപരമല്ല
- ഓർമ്മശക്തിക്ക് അമിതപ്രാധാന്യം
- കുട്ടികളുടെ പൂർണ്ണപങ്കാളിത്തമില്ല
-
-

ആഗമനരീതി, നിഗമനരീതി എന്നിവ വ്യത്യസ്ത പഠനരീതികളാണെങ്കിലും പരസ്പര പൂരകങ്ങളാണ്.

ആഗമനരീതിക്കും നിഗമനരീതിക്കും ഗണിത പാഠപുസ്തകം വിശകലനം ചെയ്ത് ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

(II) അപഗ്രഥന, ഉദ്ഗ്രഥന രീതികൾ (Analytic - Synthetic Methods).

ഗണിതശാസ്ത്രതത്വങ്ങളുടെ തെളിവ് നൽകുന്നതിനും പ്രശ്നാപഗ്രഥനത്തിനും പ്രശ്ന പരിഹാരണത്തിനും ഗണിതത്തിൽ സാധാരണയായി ഉപയോഗിക്കുന്നത് അപഗ്രഥന ഉദ്ഗ്രഥന രീതികളാണ്. ഒരു പ്രശ്നം അപഗ്രഥിക്കുമ്പോൾ ആ പ്രശ്നത്തെ ചെറിയ ഘടകങ്ങളായി വേർതിരിക്കുന്നു. ആ പ്രശ്നം നിർധാരണം ചെയ്യാൻ സഹായകമായ രീതിയിൽ അതിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന ഘടകങ്ങളെ അപഗ്രഥനത്തിലൂടെ വേർതിരിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ പ്രശ്നനിർധാരണം മനസ്സിലാക്കി നിർധാരണം ചെയ്യാൻ കഴിയുന്നു.

അപഗ്രഥനം എന്നാൽ പ്രശ്നാപഗ്രഥനവും ഉദ്ഗ്രഥനമെന്നാൽ പ്രശ്നപരിഹാരണവുമാണ്. ആഗമന നിഗമന രീതികളിൽ കുട്ടികൾ നേരത്തെ സ്വായത്തമാക്കിയ ആശയങ്ങൾ, തത്വങ്ങൾ, നിർവ്വചനങ്ങൾ, സൂത്രവാക്യങ്ങൾ തുടങ്ങിയ ഇവിടെ പ്രയോഗിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

നിർധാരണം ചെയ്യേണ്ടതോ പരിഹരിക്കേണ്ടതോ ആയ ഗണിത പ്രശ്നങ്ങളെ സൂക്ഷ്മമായി അപഗ്രഥിക്കുകയും പരിഹാര ക്രിയകളിലേക്ക് പോകുകയുമാണ് ഇതിന്റെ സവിശേഷത. അപഗ്രഥനഘട്ടത്തിൽ, ചോദ്യത്തിൽ എന്തെല്ലാം തന്നിട്ടുണ്ട്, എന്താണ് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത്, കൂടുതൽ ആവശ്യമായ വിവരങ്ങൾ എന്തൊക്കെ, സൂത്രവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കേണ്ടതുണ്ടോ, ഇനിയും കണ്ടെത്തേണ്ട ഡാറ്റകൾ ഏതെല്ലാം തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങൾ കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കണം. ഉദ്ഗ്രഥനഘട്ടത്തിൽ, മേൽ കണ്ടെത്തിയ വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് അനുയോജ്യമായ ക്രിയാ രീതികളും സൂത്രവാക്യങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നനിർധാരണം/ഉത്തരം കണ്ടെത്തണം.

ഉദാ: സ്കൂളിൽ കുട്ടികളുടെ നേതൃത്വത്തിൽ ഒരുക്കുന്ന സഹകരണ സ്റ്റോറിലേക്ക് സാധനങ്ങൾ വാങ്ങാൻ 10,000 രൂപയുണ്ട്. ഹോൾസെയിൽ കടയിലെ വിലവിവര പട്ടിക താഴെ ചേർക്കുന്നു. എല്ലാ ഇനങ്ങളും ഉൾപ്പെടെ, ഓരോ ഇനവും കുറഞ്ഞത് 100 എണ്ണമെങ്കിലും വരുന്ന രീതിയിൽ ഒരു പർച്ചേയ്സ് ലിസ്റ്റ് തയ്യാറാക്കുക. (10,000/രൂപ പൂർണ്ണമായും ചെലവാക്കണം)

വില വിവരപട്ടിക

	ഇനം	വില
1	നോട്ട് ബുക്ക്	10.00
2	പേന	3.00
3	പെൻസിൽ	1.00
4	സ്കെയിൽ	2.00
5	ഇറേസർ	1.00
6	ഗണിതപ്പെട്ടി	20.00
7	മാപ്പുകൾ	12.00
8	പശ	7.00
9	കളർ പേന	5.00
10	സ്കെച്ച്പെൻ	10.00
11	മാർക്കർ	6.00
12	ചാർട്ട്‌പേപ്പർ	3.00

ഈ പ്രശ്നം പരിഹരിക്കുന്നതിന്, ആദ്യം അപഗ്രഥന ചോദ്യങ്ങൾ തയ്യാറാക്കണം.

- (1) എന്താണ് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത്/തയ്യാറാക്കേണ്ടത്?
- (2) ഏതെല്ലാം വിവരങ്ങൾ തന്നിട്ടുണ്ട്?
 - സാധനങ്ങൾ വാങ്ങാനുള്ള തുകയെത്ര?
 - ഓരോ ഇനവും എത്രയെണ്ണം വീതം വാങ്ങണം ?
 - ആകെ എത്ര ഇനങ്ങൾ വാങ്ങണം?
 - വിലവിവര പട്ടിക തന്നിട്ടുണ്ടോ?
- (3) പർച്ചേയ്സ് ലിസ്റ്റ് എങ്ങനെ തയ്യാറാക്കും?
- (4) ഓരോ ഇനവും 100 എണ്ണം വീതം വാങ്ങിയാൽ തുക മിച്ചം വരുമോ? എങ്കിൽ എത്ര?
- (5) മിച്ചം വരുന്ന തുകയ്ക്ക് ഏതെല്ലാം സാധനങ്ങൾ എത്ര എണ്ണം വീതം വാങ്ങാം?
- (6) ഇപ്പോൾ തുക 10,000 തികഞ്ഞോ?
- (7) എങ്കിൽ പർച്ചേയ്സ് പട്ടിക എങ്ങനെ തയ്യാറാക്കാം.

ഉചിതമായ പട്ടിക തയ്യാറാക്കി 10,000 രൂപയ്ക്കുള്ള പർച്ചേയ്സ് ലിസ്റ്റ് തയ്യാറാക്കൂ. ഓരോ അപഗ്രഥന ചോദ്യത്തിന് നേരെയും ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതണം.

കൂടുതൽ പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തി അപഗ്രഥന ചോദ്യങ്ങൾ എഴുതി നിർധാരണം ചെയ്യൂ.

അപഗ്രഥനരീതിയുടെ മേന്മകൾ

- യുക്തിയിലധിഷ്ഠിതമാണ്
- പ്രക്രിയാശേഷികളുടെ വികസനം
- അന്വേഷണമനോഭാവം
- പ്രശ്നത്തെ അഭിമുഖീകരിക്കുവാനുള്ള ആത്മവിശ്വാസം
- പുതിയ സന്ദർഭത്തിൽ പ്രയോഗിക്കാനുള്ള കഴിവ്
-
-

ഉദ്ഗ്രഥനരീതിയുടെ മേന്മകൾ

- അറിയുന്നതിൽ നിന്ന് അറിയാത്തതിലേക്ക്
- പ്രശ്നനിർധാരണത്തിന് പൂർണ്ണത നൽകുന്നു.
- ചിട്ടയായി രേഖപ്പെടുത്തുന്നു.
-
-

(III) പ്രോജക്ട് രീതി, പരീക്ഷണരീതി, ഗവേഷണരീതി

കൂടുതൽ വ്യാപ്തിയുള്ളതും സങ്കീർണ്ണതകൾ നിറഞ്ഞതും ക്ലാസ് മുറിയുടെ പുറത്തേക്ക് നീളുന്നതുമായ വലിയ ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഈ രീതികൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. അപഗ്രഥന ഉദ്ഗ്രഥന രീതിയിൽ ക്ലാസ് മുറിയിൽ പരിഹരിക്കാനാവാത്ത ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ ഇവ ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കാവുന്നതാണ്. ചില പ്രോജക്ട് പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

- ഉദാ:**
- (1) കേരളത്തിലെ വിവിധ ജില്ലകളിൽ കഴിഞ്ഞ 10 വർഷം ലഭിച്ച മഴയുടെ ശരാശരി കണ്ടെത്തി ഗ്രാഫിൽ ചിത്രീകരിക്കുക.
 - (2) മാർക്കറ്റിൽ ലഭ്യമായ വിവിധ സോപ്പുകളുടെ യൂണിറ്റ് വില (ഗ്രാമിന് എത്ര?) എന്ന് കണ്ടെത്തി താരതമ്യം ചെയ്യുക.
 - (3) റോഡ് നിർമ്മാണത്തിനായി കുട്ടിവെച്ചിരിക്കുന്ന മെറ്റൽ കുന്നുകളുടെ വ്യാപ്തം കാണുക? [ചതുരസ്തൂപിക, പിരമിഡ്]

പ്രോജക്ടിന്റെ ഘട്ടങ്ങൾ

➤ ആസൂത്രണം

- പ്രശ്നം അനുഭവപ്പെടൽ/പ്രശ്നാവതരണം
- പ്രശ്നപരിഹാരമാർഗ്ഗങ്ങൾ
- വിവരശേഖരണത്തിനുള്ള സാധ്യതകൾ
- വിവരശേഖരണ ടൂൾ തയ്യാറാക്കൽ
 - * വിവരശേഖരണം
 - * അപഗ്രഥനവും നിഗമനവും
 - * റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കൽ
 - * അവതരണം ചർച്ച

പ്രോജക്ടിന്റെ വിലയിരുത്തൽ മേൽപറഞ്ഞ ഓരോഘട്ടങ്ങളിലുമാണ്.

പ്രൈമറിക്ലാസുകളിൽ നൽകാവുന്ന പ്രോജക്ട് പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.
അനുയോജ്യമായ പ്രോജക്ട് ചെയ്ത് റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക.

പരീക്ഷണ രീതി [Experimental method]

ക്ലാസ് മുറിയിലോ ഗണിതലാബിലോ വച്ച് പരീക്ഷണ പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ ഏർപ്പെട്ട പുതിയ അറിവ് രൂപപ്പെടുത്തുകയോ ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് പരിഹാരം കാണുകയോ ചെയ്യുന്നതാണ് പരീക്ഷണ രീതി.

പരീക്ഷണരീതി ആഗമന നിഗമന രീതികളെക്കാൾ ഉയർന്ന തലത്തിലുള്ളതും അപഗ്രഥന ഉദ്ഗ്രഥന രീതികളെക്കാൾ സൂക്ഷ്മതയും ആഴവും ആവശ്യമുള്ളതുമാണ്.

ചെറിയ ക്ലാസുകളിൽ താരതമ്യേന ദൈർഘ്യവും സങ്കീർണ്ണതകളും കുറഞ്ഞ പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് തിരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടത്.

ഉദാ: (1) ഒരു ലിറ്റർ ഉള്ളുള്ളുവിള്ള വിവിധ തരം ചതുരപാത്രങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുക.

ഈ പരീക്ഷണത്തിന് ആവശ്യമായ സാമഗ്രികൾ, പ്രവർത്തനരീതി, പരീക്ഷണഫലം രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിനുള്ള അനുയോജ്യമായ പട്ടികകൾ എന്നിവ തയ്യാറാക്കുക.

- ഈ പരീക്ഷണത്തിൽ നിന്ന് കുട്ടികൾക്ക് സ്വാംശീകരിക്കാവുന്ന ചില ഫലങ്ങൾ
- ഒരു ലിറ്റർ ഉള്ളുവിള്ള വരുന്ന വിവിധ ചതുരപാത്രങ്ങളുടെ നീളം, വീതി, ഉയരം, ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം. വിവിധ തരം പാത്രങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുമ്പോൾ ഏറ്റവും കുറവ് റോ മെറ്റീരിയൽസ് ഏത് പാത്രത്തിനാണെന്ന തിരിച്ചറിവും ആ പാത്രത്തിന്റെ ആകൃതിയും
- നിർമ്മാണ പ്രവർത്തനത്തിലൂടെ ലഭിക്കുന്ന സൂക്ഷ്മത, കൃത്യത, പൂർണ്ണത, നിർമ്മാണപരത തുടങ്ങിയവ.

പരീക്ഷണരീതിയുടെ മേന്മകൾ

- കുട്ടികൾക്ക് താല്പര്യജനകവും സന്തോഷപ്രദവും ആണ്.
- തത്വങ്ങൾ സ്വയം കണ്ടെത്തുന്നു.
- ആശയഗ്രഹണം പൂർണ്ണമാകുന്നു.
- പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെയുള്ള പഠനം സാധ്യമാക്കുന്നു.
- ഗവേഷണ മനോഭാവം വളരുന്നു.
- കുട്ടികളുടെ സജീവ പങ്കാളിത്തം.
- ഉപകരണങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിൽ വൈദഗ്ദ്ധ്യം നേടുന്നു.
-
-

പരീക്ഷണരീതിയുടെ പരിമിതികൾ

- ◆ സമയം കൂടുതൽ ആവശ്യമാണ്.
- ◆ ചെലവേറിയത്
- ◆ യുക്തിചിന്തയ്ക്ക് പ്രാധാന്യം കുറവ്
- ◆ എല്ലാ പാഠഭാഗങ്ങളും ഈ രീതിയിലൂടെ സാധ്യമല്ല.
- ◆ ടീച്ചറിന്റെ സഹായം / മാർഗനിർദ്ദേശം അനിവാര്യമാണ്.

പരീക്ഷണരീതി ഉപയോഗിച്ച് വിനിമയം
ചെയ്യാവുന്ന കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

ഗവേഷണ രീതി [Heuristic method]

പ്രോജക്ട്, പരീക്ഷണ രീതി എന്നിവയെക്കാൾ ഉയർന്ന തലത്തിലുള്ളതാണ് ഗവേഷണ രീതി. ഈ രീതിയുടെ ഘട്ടങ്ങൾ, ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ, ഫലങ്ങൾ എന്നിവ പ്രോജക്ട് പരീക്ഷണ രീതികളുടേതിന് സമാനമാണ്. എന്നാൽ ദൈർഘ്യം, സങ്കീർണ്ണത. സമയം എന്നിവ കൂടുതലായിരിക്കും. പുതിയ ആശയങ്ങളോ അറിവുകളോ, രൂപപ്പെടുത്തുന്നതിനും ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിനും ഗവേഷണരീതി സഹായിക്കുന്നു. താരതമ്യേന ഉയർന്ന ക്ലാസുകളിൽ ഇതിന്റെ സാധ്യത കൂടുതലായി പ്രയോജനപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. 'I find', 'I discover' എന്നിവയാണ് ഹ്യൂറിസ്റ്റിക് എന്ന വാക്കിന്റെ അർത്ഥം.

കുട്ടികളുടെ പ്രായം, മുന്നറിവ്, ഇവ അടിസ്ഥാനമാക്കിയാണ് ഓരോ ക്ലാസിലേക്കും അനുയോജ്യമായ ഗവേഷണരീതിയിലുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ കണ്ടെത്തേണ്ടത്.

ഉദാ: (1) കൂടുതൽ ജോടി സുഹൃദ്സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക [Amicable numbers]

220 ന്റെ 220 ഒഴികെയുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ തുക 284. 284 ന്റെ 284 ഒഴികെയുള്ള ഘടകങ്ങളുടെ തുക 220. അതിനാൽ 220, 284 ഇവ സുഹൃദ് സംഖ്യകളാണ്. ഇത്തരം ജോടികൾ കണ്ടെത്തൽ ഒരു ഗവേഷണ പ്രവർത്തനമായി നൽകാം.

ഉദാ:(2) ഇന്ത്യയിലെ വ്യത്യസ്ത ഭാഷകളിൽ ഉപയോഗിക്കുന്ന ഗണിത അക്കങ്ങളുടെ ലിപികൾ കണ്ടെത്തുക.

ഉദാ:(3) പൈഥഗോറിയൻ ത്രയങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ബീജഗണിത മാർഗം രൂപീകരിക്കുക.

പ്രോജക്ട്, പരീക്ഷണരീതി, ഗവേഷണ രീതി എന്നിവയുടെ സ്വഭാവം, ഘടന, ഇവ സമാനമായതിനാൽ ഒരു പ്രവർത്തനം തന്നെ വ്യത്യസ്ത ക്ലാസുകളിൽ പ്രോജക്ടായോ, ഗവേഷണമായോ പരീക്ഷണമായോ നൽകാവുന്നതാണ്. ഓരോന്നിനും അനുയോജ്യമായ പഠനരീതി, പഠന തന്ത്രങ്ങൾ, വിവരശേഖരണ മാർഗങ്ങൾ എന്നിവ തയ്യാറാക്കുന്നതിന് ടീച്ചർ ആവശ്യമായ മുന്നൊരുക്കങ്ങൾ നടത്തണം.

ഗവേഷണരീതിയുടെ മേന്മകൾ

- പഠനപ്രക്രിയയിൽ കുട്ടികളുടെ സജീവ പങ്കാളിത്തം.
- അറിവ് സ്വയം ആർജ്ജിക്കുന്നു.
- പുതിയ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കുവാൻ കഴിയുന്നു.
- സ്വയം കണ്ടുപിടിക്കുന്നു എന്ന സംതൃപ്തി.
- അർത്ഥബോധത്തോടെ പഠിക്കുന്നു.
- തുടർപഠനത്തെ പ്രോത്സാഹിപ്പിക്കുന്നു.

പരിമിതികൾ

- എല്ലാപാഠഭാഗങ്ങൾക്കും യോജിക്കുന്നില്ല.
- സമയം കൂടുതൽ ആവശ്യമാകുന്നു.
- എല്ലാ കുട്ടികളേയും ഗവേഷകന്റെ നിലയിലേക്കുയർത്താൻ സാധിക്കുന്നില്ല.
-
-

ഗവേഷണരീതി പ്രയോജനപ്പെടുത്തി പ്രൈമറി ക്ലാസ്സുകളിൽ വിനിമയം ചെയ്യാവുന്ന ഗണിതാശയങ്ങൾക്കു ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

വിവിധ പഠന ബോധന തന്ത്രങ്ങൾ

വൈവിധ്യങ്ങളായ ബോധന രീതികൾക്ക് പുറമെ ഗണിത ക്ലാസിൽ ഉപയോഗിക്കാവുന്ന മറ്റ് സങ്കേതങ്ങളിൽ ചിലതാണ് പഠനബോധന തന്ത്രങ്ങൾ.

- ◆ വ്യക്തിഗത ഗ്രൂപ്പ് ചർച്ചകൾ
- ◆ അസൈൻമെന്റ്
- ◆ സംവാദം
- ◆ പ്രോജക്ട്
- ◆ ഗണിതശേഖരം
- ◆ ഗണിതകേളി
- ◆ ഗണിത പാഠ്യങ്ങൾ
- ◆ ഗണിത കഥ, കവിത
- ◆ ഗണിത പസിലുകൾ
- ◆ മോഡലിംഗ്/ദൃശ്യവൽക്കരണം
- ◆ ഐ.സി.ടി അധിഷ്ഠിത തന്ത്രങ്ങൾ, പ്രസന്റേഷനുകൾ, ഇന്ററാക്ടീവുകൾ, അപ് ലെറ്റുകൾ
- ◆ സിമുലേഷൻ

ഓരോ തന്ത്രത്തിനും അനുയോജ്യമായ പഠനനേട്ടമോ ആശയമോ കണ്ടെത്തി കേസുകൾ / പ്രവർത്തനങ്ങൾ / ഉദാഹരണങ്ങൾ തയ്യാറാക്കണം. ഓരോന്നിനും സ്വന്തമായ നിർവ്വചനങ്ങൾ തയ്യാറാക്കി ഗ്രൂപ്പിൽ / ക്ലാസിൽ അവതരിപ്പിച്ച് മെച്ചപ്പെടുത്തി പതിപ്പുകൾ തയ്യാറാക്കൂ.

ഓരോ പഠന ബോധനതന്ത്രവും പ്രയോജനപ്പെടുത്താവുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ പ്രൈമറി ഗണിത പാഠ്യപദ്ധതിയിൽ നിന്ന് കണ്ടെത്തി ക്ലാസുകളിൽ അവതരിപ്പിക്കൂ.

വ്യത്യസ്ത ഗ്രൂപ്പുകൾ സെമിനാർ, സംവാദം, ഗണിതകേളി, പാഠ്യങ്ങൾ തുടങ്ങിയ വിവിധ തന്ത്രങ്ങൾ ഏറ്റെടുത്ത് അവതരിപ്പിക്കണം. പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിൽ ഇത്തരം പഠനതന്ത്രങ്ങൾ ഏറ്റെടുത്ത് പ്രയോജനപ്പെടുത്തുമ്പോൾ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ ചർച്ചയിലൂടെ ക്രോഡീകരിക്കുമല്ലോ.

ഹിഡൻ കരിക്കുലം

പാഠ്യപദ്ധതി വിനിമയത്തിലൂടെ പഠിതാക്കൾ അറിയാതെ നേടുന്ന മൂല്യങ്ങൾ, അനുഭവങ്ങൾ, മനോഭാവങ്ങൾ, നൈപുണികൾ, സാമൂഹ്യ സഹകരണധാരണകൾ തുടങ്ങിയവയാണ് ഹിഡൻ കരിക്കുലം മേഖലകൾ. പാഠ്യപദ്ധതി നിർമ്മാതാക്കൾ ബോധപൂർവ്വം ഉൾപ്പെടുത്തുന്ന ഇത്തരം ഘടകങ്ങൾ പഠിതാക്കൾ അറിയാതെ വിവിധ വിനിമയ തന്ത്രങ്ങളിലൂടെ അവരിൽ സന്നിവേശിപ്പിക്കുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്.

സ്ത്രീപുരുഷ സമത്വം, പ്രത്യേക പരിഗണന അർഹിക്കുന്ന കുട്ടികളോട് അനുകൂല മനോഭാവം, സാമൂഹ്യനീതി, തുല്യത, അവസരസമത്വം, വ്യക്തിവൈവിധ്യം അംഗീകരിക്കൽ, ശാസ്ത്രീയ കാഴ്ചപ്പാട് വളർത്തൽ, പരിസ്ഥിതി സംരക്ഷണം, തുടങ്ങിയ വൈവിധ്യമാർന്ന കാര്യങ്ങൾ ഹിഡൻ കരിക്കുലത്തിന്റെ ഭാഗമായി ഉൾപ്പെടുത്തുന്നു.

അനുയോജ്യമായ പാഠഭാഗങ്ങൾ, കഥാപാത്രങ്ങളുടെ പേരുകൾ, മൂല്യങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന കഥകൾ, മഹാൻമാരുടെ അനുഭവങ്ങളും ജീവിതങ്ങളും, ഭരണഘടനാ നിർദ്ദേശങ്ങൾ, ശാസ്ത്രീയ കാഴ്ചപ്പാട്, സ്ത്രീപുരുഷ കഥാപാത്രങ്ങളുടെ സ്വഭാവം, വിവിധ മത സംസ്കാരങ്ങളിൽ നിന്നുള്ള മൂല്യകഥകൾ തുടങ്ങിയവ അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ പാഠഭാഗങ്ങളിൽ ഉൾക്കൊള്ളിക്കുന്നത് ഹിഡൻ കരിക്കുലത്തിന്റെ ഭാഗമാണ്.

വിവിധ ക്ലാസുകളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് ഹിഡൻ കരിക്കുലത്തിന്റെ ഓരോ മേഖലയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട കേസുകളും ഉദാഹരണങ്ങളും കണ്ടെത്തി കുറിപ്പ് തയ്യാറാക്കൂ. അവ ക്ലാസിലെ പൊതു ചർച്ചയ്ക്കായി ഉപയോഗിക്കൂ.

മേഖലകൾ

- ലിംഗസമത്വം
- പ്രത്യേക പരിഗണന അർഹിക്കുന്നവരോടുള്ള അനുകൂല മനോഭാവം
- വൈയക്തിക മൂല്യങ്ങൾ
- സാമൂഹ്യമൂല്യങ്ങൾ
- സ്ത്രീസമത്വം
- അവസര തുല്യത
- ശാസ്ത്രീയ കാഴ്ചപ്പാട്
- സഹജീവികളോട് കരുണ
-
-

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ഒന്ന്, രണ്ട് ക്ലാസ്സുകളിൽ ആഗമനരീതിയിൽ വിനിമയം ചെയ്യാവുന്ന ഗണിതാശയങ്ങൾ ലിസ്റ്റ് ചെയ്യുക.
2. എല്ലാ എണ്ണൽ സംഖ്യകളെയും തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതാൻ സാധിക്കുമോ? പ്രൊജക്ട് രീതി അവലംബിച്ച് ഉത്തരം കണ്ടെത്തി റിപ്പോർട്ട് തയ്യാറാക്കുക?

3. ബ്രൂണർ മുന്നോട്ടു വച്ച മൂന്ന് ആശയരൂപീകരണ ഘട്ടങ്ങളും ഗണിതബോധനത്തിൽ അനുവർത്തിക്കുന്ന E, L, P, S ഘട്ടങ്ങളും തമ്മിൽ എങ്ങനെ പൊരുത്തപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?
4. കേവലം ക്രിയാശേഷിയെ പരിപോഷിപ്പിക്കുന്ന ക്ലാസ്സും പ്രവർത്തനങ്ങൾക്കു പകരം പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളും വാചിക പ്രശ്നങ്ങളും (word problems) പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിൽ ധാരാളം നൽകണം. ഈ പ്രസ്താവനയുടെ സാംഗത്യം എന്തെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

യൂണിറ്റ് 4 പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം ഗണിതത്തിൽ

ആമുഖം

പ്രശ്നാപഗ്രമനത്തിനുള്ള ശേഷിയും കണക്കുകൂട്ടാനുള്ള ശേഷിയും (Computation skill) ചേർന്നതാണ് ഗണിതശേഷി എന്നു ലളിതവും സംക്ഷിപ്തമായും പറയാം. ആധുനിക കാലത്ത് കണക്കുകൂട്ടലുകൾക്ക് യന്ത്ര സംവിധാനങ്ങളുടെ സഹായം തേടാമെങ്കിലും പ്രശ്നത്തെ അപഗ്രഥിക്കേണ്ടത് പ്രശ്നം നേരിടുന്നവർ അതായത് കുട്ടികൾ തന്നെയാണ്. അതുകൊണ്ട് ഗണിത പഠനത്തിലൂടെ പ്രധാനമായും ലക്ഷ്യമിടേണ്ടത് പ്രശ്നാപഗ്രമനത്തിനും പ്രശ്നനിർദ്ധാരണത്തിനുമുള്ള ശേഷി (കഴിവ്) വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിനാണ്. പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് സ്വീകരിക്കാവുന്ന വിവിധ തന്ത്രങ്ങളും രീതികളും മനസ്സിലാക്കാൻ മാത്രമേ ഇത് സ്വായത്തമാക്കാൻ കഴിയൂ. ആ നിലയിൽ ഗണിതബോധനത്തിൽ പ്രശ്നനിർദ്ധാരണത്തിന്റെ പ്രാധാന്യം മനസ്സിലാക്കുന്നതിനാണ് ഈ യൂണിറ്റ് ലക്ഷ്യമിടുന്നത്. പ്രശ്ന പരിഹാരണത്തിന്റെ വിവിധ ഘട്ടങ്ങളും തന്ത്രങ്ങളും തിരിച്ചറിയാൻ ഈ യൂണിറ്റിന്റെ പഠനത്തിലൂടെ സാധിക്കുന്നു.

പ്രശ്ന പരിഹാരണം

താഴെ കൊടുത്ത പ്രശ്നം ശ്രദ്ധിക്കൂ.

‘രാമു പലചരക്ക് കടയിൽ നിന്ന് 78 രൂപയ്ക്ക് അരി വാങ്ങിച്ചു. പച്ചക്കറിക്കടയിൽ നിന്ന് 45 രൂപയ്ക്ക് പച്ചക്കറിയും വാങ്ങിച്ചു. ഈ രണ്ടു സാധനങ്ങളും കൂടി വാങ്ങാൻ എത്ര രൂപയാകും?

ഈ പ്രശ്നത്തിന് ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ കുട്ടിക്ക് എളുപ്പം സാധിക്കും കാരണം ചോദ്യത്തിലെ ‘കൂടി’ എന്നത് സങ്കലന ക്രിയയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

മറ്റൊരു പ്രശ്നം പരിഗണിക്കാം.

രാമുവിന്റെ കൈവശം 15 രൂപയുണ്ട്. 45 രൂപയുടെ സാധനം വാങ്ങാൻ രാമുവിന് എത്ര രൂപ കൂടി ആവശ്യമാണ്?

ആദ്യ പ്രശ്നത്തിലെ കൂടി എന്ന പദം തന്നെയാണ് ഇവിടെയും ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നത്. എന്നാൽ പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് വ്യവകലനമാണ് ആവശ്യമായി വരുന്നത്.

മറ്റൊരു പ്രശ്നം കൂടി പരിഗണിക്കാം.

റോഡുവക്കിലെ ഒരു മൈൽക്കുറ്റിയിലെ രണ്ടു ഭാഗത്തേയും എഴുത്ത് നോക്കൂ.

കോഴിക്കോട്	പയ്യന്നൂർ
128	18
കി.മീ.	കി.മീ

ഇവ പരിശോധിച്ച് കോഴിക്കോട്ടുനിന്നും പയ്യന്നൂർക്കുള്ള ദൂരം കണക്കാക്കാമോ?

ഈ പ്രശ്നത്തിൽ ക്രിയയെക്കുറിച്ചുള്ള സൂചനകൾ ഒന്നും നൽകിയിട്ടില്ല.

കിലോമീറ്റർ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബോർഡിൽ കോഴിക്കോട് 128 കി.മീ., പയ്യന്നൂർ 18 കി.മീ എന്നതുകൊണ്ട് എന്താണ് നാം മനസ്സിലാക്കുന്നത്?

പയ്യന്നൂർ 18 കി.മീ എന്നു കണ്ടാൽ മറുഭാഗം കോഴിക്കോട് എത്ര കിലോമീറ്റർ ആയിരിക്കും കാണിക്കുക? ഈ രീതിയിൽ ചിന്തിച്ചാൽ കിലോമീറ്റർ കുറ്റിയിലെ ഇരുഭാഗത്തുമുള്ള കിലോമീറ്ററുകളുടെ തുകയായിരിക്കും ആ രണ്ടു സ്ഥലങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ദൂരം.

മൂന്നുവ്യത്യസ്ത തലത്തിലുള്ള പ്രശ്നമാണ് നാം ഇവിടെ പ്രതിപാദിച്ചത്. ഒന്നാമത്തെ പ്രശ്നത്തിൽ കൃത്യമായ ക്രിയാ സൂചന നൽകിയിരുന്നു, രണ്ടാമത്തേതിൽ നേരിട്ടുള്ള സൂചന അല്പ നൽകിയത്. മൂന്നാമത്തെ പ്രശ്നമാകട്ടെ ഒരു ക്രിയാസൂചനയും നൽകാതെയാണ് പരിഹരിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടത്. മറ്റൊരു രീതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒന്നാമത്തെ പ്രശ്നത്തിൽ നിന്ന് മൂന്നാമത്തെ പ്രശ്നത്തിലെത്തുമ്പോൾ യുക്തിയുടെ ക്രമാനുഗത വളർച്ചയാണ് ദൃശ്യമാക്കുന്നത്.

എന്താണ് ഒരു പ്രശ്നം?

17-9 എത്ര? എന്നത് ഒരു 7-ാം ക്ലാസിലെ കുട്ടിയ്ക്ക് ഒരു പ്രശ്നമായി അനുഭവപ്പെടില്ല എന്നാൽ രണ്ടാം ക്ലാസുകാരന് അത് ഒരു പ്രശ്നമായി അനുഭവപ്പെടുമല്ലോ. ഇതു പരിഹരിക്കാൻ വ്യത്യസ്തമായ രീതിയിൽ അവൻ അന്വേഷിക്കേണ്ടിവരും. എങ്ങനെയാണ് ഇവിടെ പ്രശ്നപരിഹരണം നടത്തുന്നത്?

17 നെ 10+7 എന്നാക്കി മാറ്റാം

10 ൽ നിന്ന് 9 കുറച്ചാൽ 1 കിട്ടും. 7 കൂടി കുട്ടിയാൽ 8 എന്ന ഉത്തരത്തിലെത്താം.

മറ്റൊരുരീതിയിൽ ചിന്തിച്ചാലോ?

17 ൽ നിന്ന് 10 കുറച്ചാൽ 7 കിട്ടും. പക്ഷേ കുറയ്ക്കേണ്ടത് 9 ആണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് 7 നോട് ഒന്നുകൂടി കൂട്ടണം. അങ്ങനെ 8 എന്ന ഉത്തരം കിട്ടും.

ഇങ്ങനെ വ്യത്യസ്തരീതിയിൽ ഈ പ്രശ്നത്തിന് ഉത്തരം കണ്ടെത്താം. എന്നാൽ 7-ാം ക്ലാസുകാരന് ഈ പ്രശ്നത്തിന് യാത്രികമായി ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ കഴിയും. കാരണം ഇത്തരം പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിച്ച അനുഭവം അവന് ധാരാളം ഉണ്ടാവും.

പ്രശ്നം നോക്കാം.

$$\frac{MA+A}{AM}$$

ഇതിൽ ഓരോ അക്ഷരവും 0 മുതൽ 9 വരെയുള്ള 10 അക്കങ്ങളിൽ ഒന്നാണ്. എങ്കിൽ സംഖ്യകൾ ഏത്?

രണ്ടക്ക സംഖ്യയും ഒരക്ക സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള സങ്കലനം അറിയുന്ന ഒരു കുട്ടിക്ക് ഈ പ്രശ്നം എങ്ങനെയാണ് അനുഭവപ്പെടുക?

A യുടെ സ്ഥാനത്ത് വരുന്ന അക്കം ഏതാണ്?

5, 6, 7, 8, 9 എന്നിവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നായിരിക്കും (കാരണം എന്ത്?)

M നോട് ഒന്നു കൂട്ടിയതായിരിക്കും A (എന്തുകൊണ്ട്?)

ഈ രണ്ടു നിബന്ധന പ്രകാരം എടുക്കാവുന്ന രണ്ടക്ക സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ? 45, 56, 67, 78, 89 ഇതിൽ ഉചിതമായത് ഏതാണ്? 89

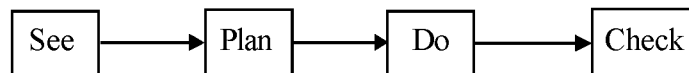
അപ്പോൾ സംഖ്യ
$$\frac{89+9}{98}$$

ഇത് സങ്കലനക്രിയ നന്നായി അറിയാവുന്ന കുട്ടിക്കും ഒരു പ്രശ്നമായി അനുഭവപ്പെടും കാരണം കേവല സങ്കലനത്തിനുമപ്പുറം യുക്തി സമർത്ഥനത്തിന്റെ മറ്റൊരുതലം കൂടി ഇവിടെ പ്രകടമാണ്.

യാത്രികമായ കേവല ഗണിതക്രിയകളല്ലാത്ത, ഓരോ കുട്ടിക്കും നിലവാരത്തിനനുസരിച്ച് യുക്തിപൂർവ്വം ചിന്തിച്ച് ദത്തങ്ങളുടെ പരസ്പര ബന്ധം കണ്ടെത്തി പരിഹരിക്കുന്നതാകണം പ്രശ്നങ്ങൾ.

പ്രശ്നപരിഹാര ഘട്ടങ്ങൾ

- പ്രശ്നം മനസ്സിലാക്കൽ (Understanding the problem)
- പ്രശ്നപരിഹാരത്തിനുള്ള പ്ലാൻ തയ്യാറാക്കൽ (Design a plan for problem solving)
- പ്ലാൻ ഏറ്റെടുക്കൽ (Carryout the plan)
- ഉത്തരത്തെ തിരിഞ്ഞുനോക്കൽ (Look back the solution obtained)
- ഇതിനെ ചുരുക്കി മറ്റൊരു രീതിയിലും പറയാം.



ഒരു കടയിൽ ഒരു ഓറഞ്ചിന് 4 രൂപയാണ് വില. എന്നാൽ 10 രൂപയ്ക്ക് മൂന്ന് ഓറഞ്ച് ലഭിക്കും. ദിനേശൻ 13 ഓറഞ്ച് വാങ്ങിയെങ്കിൽ എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം,

ഈ ഒരു പ്രശ്നത്തിന്റെ പരിഹാരണം എങ്ങനെ നടത്താം?

1. പ്രശ്നം മനസ്സിലാക്കൽ
 - ഒരു ഓറഞ്ചിന്റെ വില
 - 10 രൂപയ്ക്ക് ലഭിക്കുന്ന ഓറഞ്ച്
 - ആകെ വാങ്ങിയ ഓറഞ്ച്
 - ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം?
2. പ്രശ്നപരിഹാരത്തിനുള്ള പ്ലാൻ തയ്യാറാക്കൽ
 - 13 ഓറഞ്ചിന് എത്ര രൂപ കൊടുക്കണം എന്ന് കണ്ടെത്തണം
 - ഒരു ഓറഞ്ചിന് 4 രൂപ നിരക്കിൽ 13 ഓറഞ്ചിന് $13 \times 4 = 52$ ആണ് പരമാവധി വില.
 - 10 രൂപയ്ക്ക് 3 ഓറഞ്ച് ലഭിക്കുന്നതു കൊണ്ട് പരമാവധി 3 ന്റെ കൂട്ടങ്ങളാക്കി മാറ്റണം.

പ്രശ്നം ഏറ്റെടുക്കൽ

- 13 നെ 3 ന്റെ കൂട്ടങ്ങളാക്കാൻ 13 നെ 3 കൊണ്ട് ഹരിക്കണം.

$$13 \div 3 = 4 \times 3 + 1$$

$$4 \times 10 + 4 \quad (4 \text{ സെറ്റ് } 10 \text{ രൂപ } 1\text{ന് } 4 \text{ രൂപ})$$

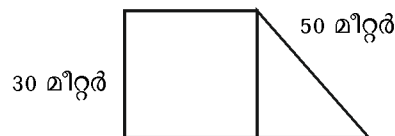
$$40 + 4 = 44$$

ഉത്തരത്തെ തിരിഞ്ഞുനോക്കൽ

- ആകെ കൊടുക്കേണ്ടത് 44 രൂപ
- 40 രൂപയ്ക്ക് കിട്ടുന്ന ഓറഞ്ച് $4 \times 3 = 12$
- 4 രൂപയ്ക്ക് 1 ഓറഞ്ച്
- 44 രൂപയ്ക്ക് $12 + 1 = 13$ ഓറഞ്ച്

ഇനി മറ്റൊരു ചോദ്യം നോക്കാം.

ഒരു സമചതുരവും മട്ടത്രികോണവും ചേർന്ന രൂപത്തിലുള്ള പുരയിടത്തിന്റെ ചിത്രമാണ് താഴെ കാണുന്നത്.



ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര?

ഈ പ്രശ്നത്തെ പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന്റെ ഘട്ടങ്ങളിലൂടെ അപഗ്രഥിച്ച് ഉത്തരം കണ്ടെത്തൂ.

1 മുതൽ 5 വരെ ക്ലാസുകളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് ഏതെങ്കിലും 10 പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തി അവയെ പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന്റെ ഘട്ടങ്ങൾ അടിസ്ഥാനമാക്കി പ്രശ്നപരിഹാരണം നടത്തുക.

പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന്റെ വിവിധ തന്ത്രങ്ങൾ

നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്ന ഒരു ടൂൾ ആണ് ഗണിതം. ഇത് യാഥാർത്ഥ്യമാകണമെങ്കിൽ ഇത്തരം പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് ക്ലാസിൽ സാധ്യത ഉണ്ടാവണം. ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾ അപഗ്രഥിക്കാനും ഉത്തരത്തിലെത്തിച്ചേരാനും ക്ലാസിൽ കുട്ടികൾക്ക് അവസരം ലഭിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഓരോ പ്രശ്നത്തിന്റെയും പരിഹാരണത്തിന് ചില തന്ത്രങ്ങൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തേണ്ടതുണ്ട്. ഈ തന്ത്രങ്ങളെ താഴെ പറയുന്ന രീതിയിൽ ക്രോഡീകരിക്കാം.

- പാറ്റേൺ രൂപീകരിക്കൽ
- പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ

- ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്ത്വരൂപീകരണം
- ഉപഹിക്കൽ
- പട്ടികയാക്കൽ
- കാര്യകാരണബന്ധം കണ്ടെത്തൽ
- ചിത്രീകരിക്കൽ
- ലഘുപ്രശ്നങ്ങൾ ഏറ്റെടുത്ത് പരിഹരിക്കലും സമാന പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യലും
- ചിട്ടപ്പെടുത്തി നോക്കൽ

പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ആവശ്യമായ പ്രശ്ന വിശകലന ചോദ്യങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുന്നതെങ്ങനെ?

ഒരു പ്രായോഗികപ്രശ്നം നിർധാരണം ചെയ്യാൻ ആ പ്രശ്നത്തെ അപഗ്രഥിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ഈ അപഗ്രഥനത്തിന് സഹായിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളെയാണ് പ്രശ്നവിശകലന ചോദ്യങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നത്.

വിശകലന ചോദ്യങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത.

- നേരിട്ട് ഉത്തരത്തിലേക്ക് നയിക്കുന്നതാകരുത്.
- വിവര ശേഖരണത്തിനും പ്രശ്നവിശകലനത്തിനും സഹായകമായിരിക്കണം.
- കൂട്ടിയുടെ ചിന്തയെ ഉദ്ദീപിപ്പിക്കുന്നതാകണം.
- കൂട്ടിയുടെ സൃഷ്ടിപരതയെ ഹനിക്കുന്നതാവരുത്.
- ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഒരു ക്രമീകൃത സ്വഭാവം ഉണ്ടാകണം.

സ്കൂളിന്റെ മുമ്പിൽ ഒരു പച്ചക്കറിത്തോട്ടം ഉണ്ടാക്കണം. 36 മീറ്റർ ചുറ്റളവിലാണ് തോട്ടം നിർമിക്കേണ്ടത്. തോട്ടം ചതുരാകൃതിയിൽ ആയിരിക്കണം. ഏറ്റവും കൂടുതൽ പച്ചക്കറി ആ തോട്ടത്തിൽ നടണമെങ്കിൽ തോട്ടത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്രയായിരിക്കണം?

ഈ ചോദ്യത്തെ അപഗ്രഥിക്കാനുള്ള/വിശകലനം ചെയ്യാനുള്ള ചോദ്യങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാവാം?

- എന്താണ് കണ്ടു പിടിക്കേണ്ടത്?
[ഏറ്റവും കൂടിയ പരപ്പളവുള്ള ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും]
- നീളവും വീതിയും കണ്ടുപിടിക്കേണ്ട ചതുരത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
[ഏറ്റവും കൂടുതൽ പരപ്പളവുള്ളതായിരിക്കണം]
- നീളവും വീതിയും കണ്ടെത്താൻ എന്താണ് തന്നിട്ടുള്ളത്?
[ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്]

- ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എങ്ങനെയാണ് കണ്ടെത്തുന്നത്?

[നീളവും വീതിയും കൂട്ടി 2 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച്]

- ചുറ്റളവിൽ നിന്ന് നീളവും വീതിയും എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം? നീളവും വീതിയും കൂട്ടിയാൽ എത്ര കിട്ടും? എന്തുകൊണ്ട്

[18 കിട്ടും. ചുറ്റളവിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും]

- നീളവും വീതിയും എത്ര വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ പട്ടികപ്പെടുത്താം?

[(17,1), (16,2), (15,3), (14,4), (13,5), (12,6), (11,7), (10,8), (9,9)]

- പട്ടികയിൽ നിന്നും പരപ്പളവ് എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

[നീളവും വീതിയും ഗുണിച്ച്]

- ഏറ്റവും കൂടിയ പരപ്പളവ് ഏത്?

81

- നീളവും വീതിയും എത്ര?

നിങ്ങൾ തയ്യാറാക്കിയ പട്ടികയിൽ നിന്ന് മറ്റൊന്നൊക്കെ നിഗമനങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരാം?

ഇനി മറ്റൊരു ചോദ്യം കൂടി പരിഗണിക്കാം.

വ്യത്യസ്തങ്ങളായ 4 അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ തുക 43. ഇതിൽ ഒരു സംഖ്യ 13 ആയാൽ മറ്റു സംഖ്യകൾ ഏതെല്ലാം?

- എന്താണ് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത്?
- എന്താണ് അഭാജ്യ സംഖ്യ?

2, 3, 5, 7

- പ്രശ്നം നിർധാരണം ചെയ്യാൻ എന്തെല്ലാം ദത്തങ്ങളാണ് ഇവിടെ നൽകിയിരിക്കുന്നത്?

[4 അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ തുക 43, ഒരു സംഖ്യ 13]

- 3 അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ തുക എത്രയായിരിക്കും?

[43-13 = 30]

- ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് സെറ്റ് വ്യത്യസ്ത അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ എടുത്ത് കൂട്ടി നോക്കുക.
- നിങ്ങൾക്ക് കിട്ടിയ ഉത്തരത്തിന്റെ പ്രത്യേകത എന്ത്!

[എല്ലാം ഒറ്റ സംഖ്യയാണ്]

- നേരത്തെ കിട്ടിയ ഉത്തരവും ഈ ഉത്തരവും തമ്മിൽ എന്തു വ്യത്യാസമാണ് കാണുന്നത്?

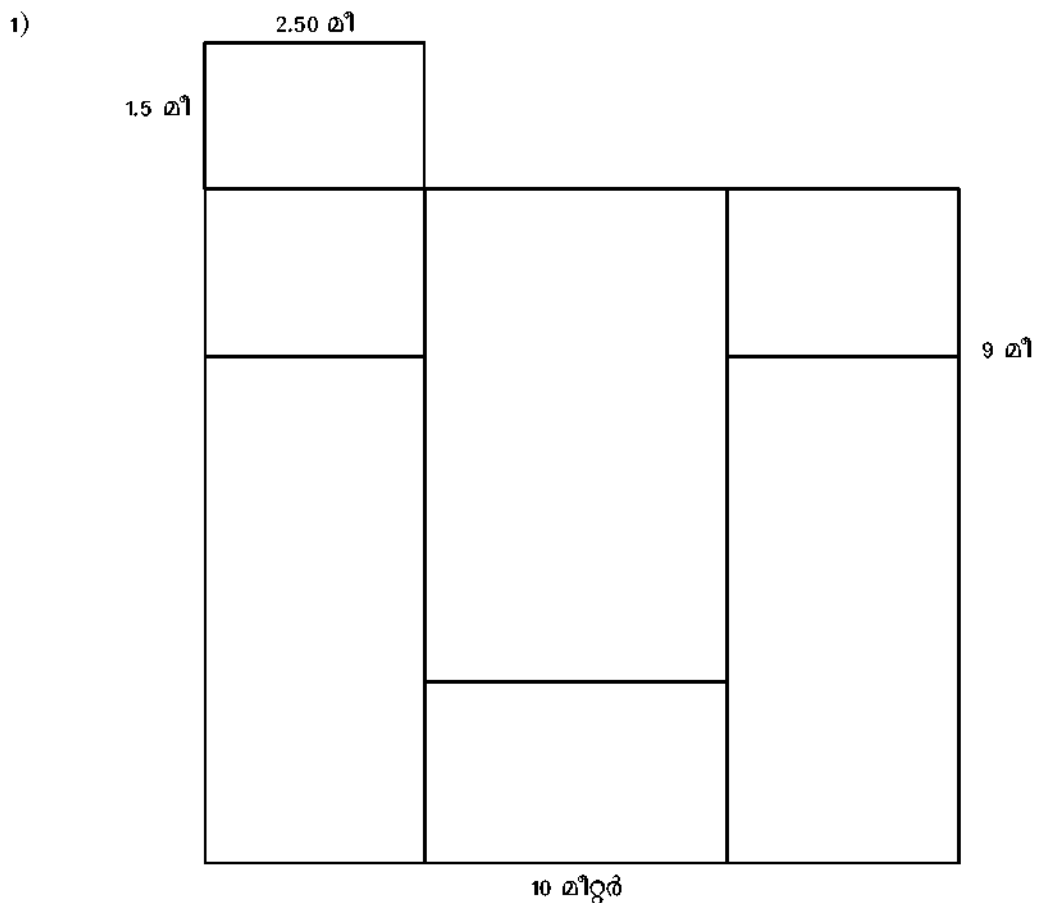
- എന്തുകൊണ്ടാണ് 3 അഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ ഉത്തരം ഇരട്ട സംഖ്യ ആയത്?
[2 എന്ന അഭാജ്യ സംഖ്യ വന്നതുകൊണ്ട്]
- എങ്കിൽ മറ്റ് രണ്ട് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെ?

പാഠപുസ്തകത്തിൽ നിന്ന് ചോദ്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തി വിശകലന ചോദ്യങ്ങളും പ്രതീക്ഷിക്കുന്ന ഉത്തരവും കണ്ടെത്തുക.

തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾ

ഒരു ചോദ്യത്തിന് ഒരുത്തരം ഒരു വഴി എന്നതിൽ നിന്ന് മാറി വ്യത്യസ്ത ഉത്തരങ്ങളും വിവിധതരം വഴികളും ഉള്ളതാണ് തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾ. ഓരോ കുട്ടിയും തന്റെതായ രീതിയിൽ ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക വഴി വിവ്രജന ചിന്ത (Divergent thinking), യുക്തി ചിന്ത, ചിന്തയെക്കുറിച്ച് ചിന്തിക്കൽ എന്നിവയ്ക്കും വഴിയൊരുക്കുന്നു. വ്യത്യസ്ത വഴികൾ അന്വേഷിക്കൽ, സാമാന്യവൽക്കരിക്കൽ, അപഗ്രഥിക്കൽ, തുടങ്ങിയ വ്യത്യസ്ത പ്രക്രിയാശേഷികൾ വികസിക്കുന്നു.

ചുവടെ കൊടുത്ത രണ്ടു ചോദ്യങ്ങളും ശ്രദ്ധിക്കുക.



മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വീടിന്റെ പ്ലാൻ നോക്കൂ. ഇതിന്റെ പരപ്പളവ് എത്ര ചതുരശ്ര മീറ്റർ?

- 2) അച്ഛൻ, അമ്മ, 2 മക്കൾ, അമ്മമ്മ ഉൾപ്പെടുന്ന കുടുംബത്തിന് താമസിക്കാൻ അനുയോജ്യമായ ഒരു വീടിന്റെ പ്ലാൻ വരയ്ക്കുക. നിങ്ങൾ വരച്ച പ്ലാനിന് എത്ര ചതുരശ്രമീറ്റർ പരപ്പളവുണ്ട്?

ഒന്നാമത്തെ ചോദ്യം: അപഗ്രഥന സാധ്യതകൾ ഒന്നുമില്ലാതെ കേവലം പരപ്പളവു കാണാനുള്ള ഒരു ചോദ്യമാണ്. രണ്ടാമത്തെ ചോദ്യത്തിലാവട്ടെ പ്രശ്നം അപഗ്രഥിക്കാനുള്ള ഒരു ദത്തവും നൽകിയിട്ടില്ല. ഇവിടെ കുട്ടി തന്നെ പ്രശ്നം അപഗ്രഥിച്ച് അനുയോജ്യവും ആവശ്യവുമായ ദത്തങ്ങൾ കണ്ടെത്തണം. അതുകൊണ്ട് ഒന്നാമത്തെ ചോദ്യത്തെ ഒരു അടഞ്ഞ ചോദ്യമെന്നും രണ്ടാമത്തെ ചോദ്യത്തെ ഒരു തുറന്ന ചോദ്യമെന്നും പറയാം. ഈ രണ്ടു ചോദ്യങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത താഴെ കാണുന്ന രീതിയിൽ പട്ടികപ്പെടുത്താം.

അടഞ്ഞ ചോദ്യം	തുറന്ന ചോദ്യം
1) Well Structured ആയിരിക്കും 2) ആവശ്യമായ ദത്തങ്ങൾ ചോദ്യത്തിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കും 3) പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് നിയതമായ വഴികളിലൂടെ കടന്നു പോകണം 4) എല്ലാവരുടെയും ശരിയുത്തരം ഒന്നു തന്നെയായിരിക്കും	• Structured ആയിരിക്കും • ദത്തങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക, വിശകലനം ചെയ്യുക എന്നത് പ്രശ്നപരിഹാരകൻ തന്നെ ഏറ്റെടുക്കണം. • പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് വിവിധ മാർഗങ്ങൾ ഉണ്ട്. • നിശ്ചിതമായ ഉത്തരം ഇല്ല/സാധ്യമായ അനേകം ഉത്തരങ്ങൾ വിവിധങ്ങളായ ഗണിത പ്രക്രിയകളിലും ഉത്തരങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുന്നു. • സ്വതന്ത്രമായ ചിന്ത സാധ്യമാകുന്നു. • സ്വാഭാവികമായ ചിന്താപ്രക്രിയയ്ക്ക് ഊന്നൽ നൽകുന്നു. • യുക്തി സമർഥനവും വിനിമയശേഷിയും വർദ്ധിക്കുന്നു. • സങ്കല്പങ്ങൾക്കും ആസ്വാദനത്തിനും സ്ഥാനം ലഭിക്കുന്നു

തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഒരു ഉദാഹരണം നോക്കാം.

- നിങ്ങളുടെ വീട്ടിലെ മാസവരുമാനം എത്രയാണ്? ഇതിന് അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ ഒരു മാസത്തെ കുടുംബ ബജറ്റ് തയ്യാറാക്കുക.

മറ്റു ചില ചോദ്യങ്ങൾ കൂടി ശ്രദ്ധിക്കൂ.

- ഒരു ഭക്ഷണ മുറിയ്ക്ക് 12 ച.മീ. പരപ്പളവുണ്ട്. ഇതിന്റെ നീളവും വീതിയും എത്ര?
- 1000 ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളുന്ന ഒരു വാട്ടർ ടാങ്കിന്റെ നീളം, വീതി, ഉയരം എന്നിവ എത്രയാണ്?

ഈ രണ്ടു ചോദ്യങ്ങളിലും ചില ദത്തങ്ങൾ തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിലും യുക്തി സഹമായ ഒന്നിൽ കൂടുതൽ ഉത്തരങ്ങളുണ്ട്. ചില ഉത്തരങ്ങൾ തള്ളിക്കളയാനുള്ള സാധ്യതകളും തിരിച്ചറിയണം. അതുകൊണ്ട് ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങളെയും തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളായി പരിഗണിക്കാം.

അടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങളെ തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളാക്കി മാറ്റിയാൽ കുട്ടികളുടെ സൃഷ്ടി പരതയും, യുക്തിചിന്തയും മറ്റും വളരുമല്ലോ. അതുകൊണ്ട് പാഠപുസ്തകങ്ങളിലുള്ള അടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങളെ തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളാക്കി മാറ്റാൻ പരിശീലിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

20 സെ.മീ. നീളവും 10 സെ.മീ വീതിയും 5 സെ.മീ ഉയരവുമുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?

ഇത് ഒരു അടഞ്ഞ ചോദ്യമാണല്ലോ. ഇതിനെ എങ്ങനെ തുറന്ന ചോദ്യമാക്കാം?

1 ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളുന്ന ഒരു പാത്രത്തിന്റെ നീളം, വീതി, ഉയരം എത്രവീതം?

ഇതേപോലെ പാഠപുസ്തകം വിശകലനം ചെയ്ത് തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

പാഠപുസ്തകത്തിലെ അടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങളെ എങ്ങനെ തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളാക്കാം.

ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ എഴുതുക.

☛ ഈ യൂണിറ്റിലൂടെ കടന്നുപോകുമ്പോൾ ഊന്നൽ നൽകുന്ന ആശയങ്ങൾ താഴെപ്പറയുന്നവയാണ്.

- പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന്റെ വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ.
 - പ്രശ്നം മനസ്സിലാക്കൽ (understanding the problem)
 - പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിനുള്ള പ്ലാൻ തയ്യാറാക്കൽ (design a plan for problem solving)
 - പ്ലാൻ ഏറ്റെടുക്കൽ (carryout the plan)
 - കിട്ടിയ ഉത്തരത്തെ തിരിഞ്ഞുനോക്കൽ (look back to examine the solution obtained)
- പ്രശ്നപരിഹാരണ തന്ത്രങ്ങൾ
 - പട്ടികയാക്കൽ (Make a table)
 - ചിട്ടപ്പെടുത്തി നോക്കൽ (Make an organised list)
 - ചിത്രീകരിക്കൽ (Draw a graph/diagram)

- പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ (Look for a pattern)
- തിരിഞ്ഞുനോക്കൽ (Look backward)
- ഊഹിക്കലും പരിശോധിക്കലും (Guess & Check)
- ലഘുപ്രശ്നങ്ങൾ ഏറ്റെടുത്ത് പരിഹരിക്കലും സമാന പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യലും (Solve a simple or similar problem)

ചോദ്യങ്ങൾ

1. ലോവർ പ്രൈമറിതലത്തിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് തുറന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണം കണ്ടെത്തുക. അടഞ്ഞ ചോദ്യങ്ങളെ അനുയോജ്യമായ വിധത്തിൽ തുറന്ന ചോദ്യങ്ങളാക്കി മാറ്റുക.
2. ചിത്രീകരണം ഒരു പ്രശ്നപരിഹരണ തന്ത്രമാണ്. ഉദാഹരണ സഹിതം വിശദമാക്കുക.
3. ലഘുപ്രശ്നങ്ങൾ ഏറ്റെടുത്ത് നിർധാരണം ചെയ്യുന്നത് ഒരു പ്രശ്നപരിഹരണ തന്ത്രമാണ്. അനുയോജ്യമായ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ ഈ പ്രസ്താവനയെ സാധൂകരിക്കുക.

വിവരസാങ്കേതികവിദ്യ ഗണിതപഠനത്തിൽ

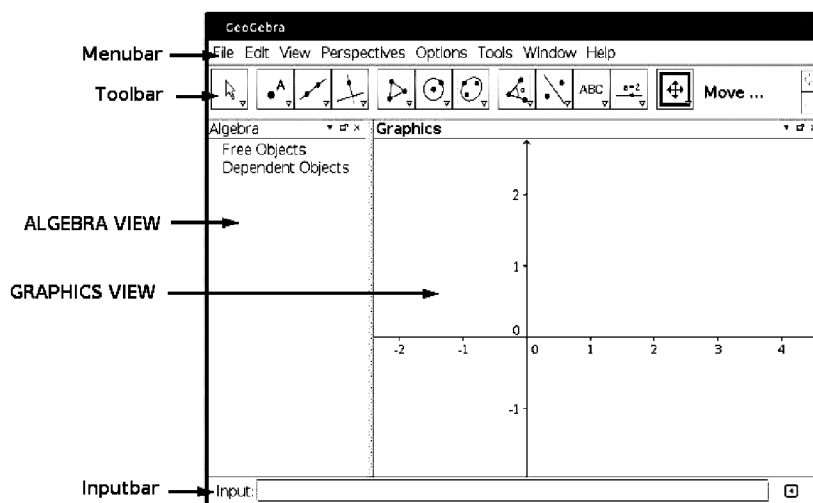
ആമുഖം

ആശയവിനിമയം കൂടുതൽ അർത്ഥപൂർണ്ണമാക്കുന്നതിൽ വിവരസാങ്കേതികവിദ്യയുടെ പങ്ക് വളരെ വലുതാണ്. കണ്ടും കേട്ടും അനുഭവിച്ചും പഠിക്കാനുള്ള അവസരമാണ് അത് പഠിതാക്കൾക്ക് നൽകുന്നത്. ഗണിതാശയങ്ങൾ ഫലപ്രദമായി വിനിമയം ചെയ്യുന്നതിന് പുതിയ കാലത്ത് വൈവിധ്യമാർന്ന വിവരസാങ്കേതിക മാർഗങ്ങൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്തുന്നുണ്ട്. കമ്പ്യൂട്ടർ, മൊബൈൽ ഫോൺ, തുടങ്ങിയവ ആശയപഠനരംഗത്ത് വരുത്തിയ മാറ്റങ്ങൾ വിപ്ലവകരമാണ്. അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾ ഇത്തരം മാർഗങ്ങൾ പരിചയപ്പെടുകയും അത് ക്ലാസ്മുറിയിൽ പ്രയോഗിക്കാനുള്ള ശേഷി ആർജ്ജിക്കുകയും ചെയ്യേണ്ടതുണ്ട്. ഗണിതപഠനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് നിലവിലുള്ള സംവിധാനങ്ങളെക്കുറിച്ചും അവയുടെ ക്ലാസ്റും സാധ്യതകളെക്കുറിച്ചുമാണ് ഈ യൂണിറ്റിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. വിവിധ സോഫ്റ്റ്‌വെയറുകളായ ജിയോജിബ്ര, കിഗ്, ജെ.ഫ്രാക്ഷൻ ലാബ് എന്നിവ പ്രൈമറി ഗണിത പഠനം ആസ്വാദ്യകരമാക്കുന്നതിനും ഗണിതാശയങ്ങൾ എളുപ്പത്തിൽ സ്വാംശീകരിക്കുന്നതിനും ഫലപ്രദമായി ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

ജിയോജിബ്ര

ഗണിതപഠനത്തിൽ കുട്ടിയേയും അധ്യാപകനേയും ഒരുപോലെ സഹായിക്കുന്ന ഒരു ഡൈനാമിക് സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ആണ് ജിയോജിബ്ര. ജ്യോമിതീയ രൂപങ്ങൾ വരച്ചു തുടങ്ങുന്ന ചെറിയ ക്ലാസുകളിലെ കുട്ടികൾക്കു മുതൽ ഗവേഷണ വിദ്യാർത്ഥികൾക്കു വരെ ഉപയോഗപ്രദമായ ഇത് ഒരു സൗജന്യ സോഫ്റ്റ്‌വെയർ ആണ്.

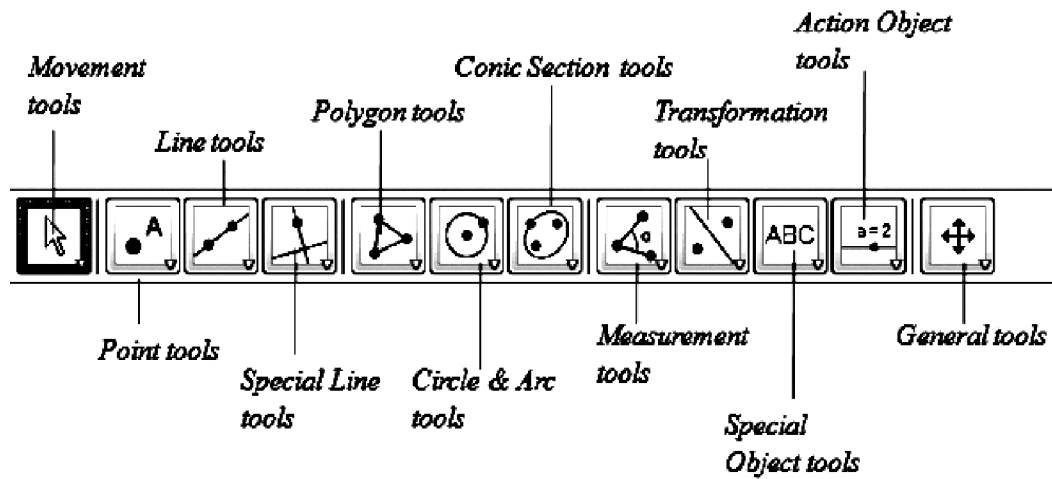
ജിയോജിബ്ര തുറക്കുമ്പോൾ താഴെക്കാണുന്നതുപോലെ ഒരു ജാലകം ലഭിക്കും.



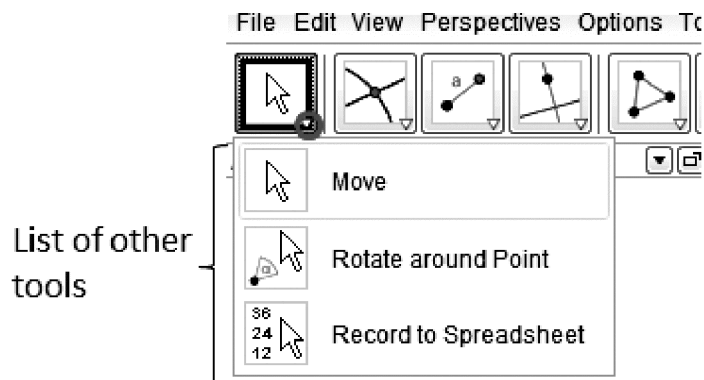
ഇതിൽ ടൂൾബാറിൽ നിന്ന് ടൂളുകൾ തിരഞ്ഞെടുത്ത് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ജ്യാമിതീയ രൂപങ്ങൾ വരയ്ക്കാം. ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കുന്ന നിർമ്മിതികളുടെ ബീജഗണിത രൂപമാണ് ആൾജിബ്ര വ്യൂവിൽ കാണാൻ കഴിയുന്നത്. അതിനാൽ യു.പി. ക്ലാസുകളിലെ ഗണിത പഠനത്തിന് ആൾജിബ്ര വ്യൂ ആവശ്യമില്ല. ഇതു മറച്ചുവയ്ക്കാൻ ആൾജിബ്ര വ്യൂവിലെ മുകളിൽ വലതുവശത്തുള്ള x ചിഹ്നത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ മതി. അതുപോലെ ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിലെ അക്ഷരങ്ങളും ഇപ്പോൾ ആവശ്യമില്ല. ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ Right Click ചെയ്തു ബോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിലെ Axes എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് അക്ഷരങ്ങൾ കളയാം.

GeoGebra Tools

12 സെറ്റായാണ് ജിയോജിബ്രയിലെ ടൂളുകൾ ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നത്.



ടൂൾബാറിൽ കാണുന്ന ടൂളുകളുടെ ചിഹ്നത്തിൽ താഴെ വലതുവശത്ത് കാണുന്ന ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ചെറിയ ചിഹ്നത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ആ സെറ്റിലുള്ള എല്ലാ ടൂളുകളും ലഭിക്കും.



ഓരോ സെറ്റിലുമുള്ള ടൂളുകളിൽ യു.പി ക്ലാസുകളിലെ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾക്കാവശ്യമായവ പരിചയപ്പെടാം.

SET 1 - Movement Tools

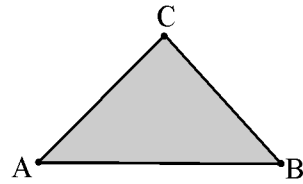
വരച്ച ചിത്രങ്ങൾ ചലിപ്പിക്കുന്നതിനാവശ്യമായ ടൂളുകൾ



Move

Graphic View വിലുള്ള ബിന്ദുക്കളെയോ രൂപങ്ങളെയോ ചലിപ്പിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു

ഉദാ: ത്രികോണം ABC യെ ചലിപ്പിക്കാൻ Move ടൂളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തശേഷം ത്രികോണത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തു പിടിച്ചുകൊണ്ട് മൗസ് ചലിപ്പിക്കുക. ത്രികോണത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും മൂലയിലുള്ള ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുകൊണ്ട് മൗസ് ചലിപ്പിച്ചാൽ ആ ബിന്ദുവും അതിനനുസരിച്ച് അതിൽ നിന്നുള്ള വശങ്ങളും മാറുന്നതാണ്. ഒരു ബിന്ദുവിനെ ചലിപ്പിക്കാൻ കീബോർഡിലുള്ള arrow key കളും Move ടൂളിനൊപ്പം ഉപയോഗിക്കാവുന്നതാണ്. ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തശേഷം arrow key കളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്ന് അമർത്തിപ്പിടിച്ചാൽ ആ ദിശയിൽ ബിന്ദു ചലിക്കുന്നതാണ്.



SET 2 Point Tools

ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിനുള്ള ടൂളുകളാണ് ഈ സെറ്റിലുള്ളത്.



New Point

പുതിയ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്.

New Point ഉപയോഗിച്ച് Graphic View വിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ഒരു പുതിയ ബിന്ദു ലഭിക്കും. ഒരു വരയിലോ വൃത്തത്തിലോ മറ്റോ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ലഭിക്കുന്ന ബിന്ദു ആ വരയിലെയോ വൃത്തത്തിലെയോ ബിന്ദു ആയിരിക്കും. Move Tool ഉപയോഗിച്ച് ആ വസ്തുവിലൂടെ മാത്രമേ ബിന്ദുവിനെ ചലിപ്പിക്കാൻ കഴിയൂ.

കുറിപ്പ്: കഴ്സർ സാധാരണ + ചിഹ്നത്തിൽ ആയിരിക്കും. എന്നാൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു വസ്തുവിനു മുകളിൽ എത്തുമ്പോൾ ചിഹ്നമായി മാറും.



Point on Object

ഒരു വസ്തുവിലെ ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്.

ഉദാ: ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു വശത്ത് ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളിലൂടെ മാത്രം ചലിപ്പിക്കാൻ കഴിയുന്ന ബിന്ദു ലഭിക്കും. ത്രികോണത്തിനുള്ളിലാണ് ക്ലിക്ക് ചെയ്യുന്നതെങ്കിൽ വശങ്ങളിലൂടെയും ഉള്ളിലൂടെയും ചലിപ്പിക്കാൻ കഴിയുന്ന ബിന്ദുവാണ് ലഭിക്കുന്നത്.





Attach/Detach point

ഒരു ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തശേഷം ഒരു രൂപത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ബിന്ദു രൂപത്തോട് ചേർത്തു വയ്ക്കപ്പെടും.



Intersect Two Objects

വരകൾ, വക്രങ്ങൾ, രൂപങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്താൻ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തേണ്ട രൂപങ്ങളിൽ ഒന്നിനു പുറകെ മറ്റൊന്നായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുകയോ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിൽ നേരിട്ട് ക്ലിക്ക് ചെയ്യുകയോ ചെയ്യാം.



Midpoint or Center

ഒരു വരയുടെ / രണ്ടു ബിന്ദുക്കളുടെ മധ്യ ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്താൻ.

വരയിൽ/ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

SET 3 Line Tools

വരകൾ വരയ്ക്കുന്നതിനുള്ള ടൂളുകൾ



Line through Two Points

രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വര വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Segment between Two Points

രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Segment with Given Length from Point

നിശ്ചിത നീളമുള്ള വര വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഒരു ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽ വരയുടെ നീളം നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

Segment with Given Length from P

Length

5

OK

Cancel



Ray through Two Points

ഒരു ബിന്ദുവിൽ തുടങ്ങി മറ്റൊരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വര വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



SET 4 Special Line Tools

ചില പ്രത്യേകതകളുള്ള വരകൾ വരയ്ക്കാൻ



Perpendicular Line

ഒരു വരയ്ക്ക് ഒരു ബിന്ദുവിലൂടെ ലംബം വരയ്ക്കാൻ

വരയിലും ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Parallel Line

ഒരു വരയ്ക്ക് സമാന്തരമായി മറ്റൊരു വര വരയ്ക്കാൻ

ടുളുപയോഗിച്ച് വരയിലും ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Perpendicular Bisector

വരയുടെ ലംബ സമഭാജി വരയ്ക്കാൻ

വരയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Angle Bisector

കോണിന് സമഭാജി വരയ്ക്കാൻ

കോൺ നിർണയിക്കുന്ന രണ്ടു വരകളിൽ /മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



SET 5 Polygon Tools

ബഹുഭുജങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതിന്



Polygon

ബഹുഭുജം വരയ്ക്കാൻ

ബഹുഭുജത്തിന്റെ മൂലകളാകേണ്ട ബിന്ദുക്കളിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക, തുടങ്ങിയ ബിന്ദുവിൽ തന്നെ തിരിച്ചെത്തണം.

കുറിപ്പ്: അപ്രദിക്ഷണ ദിശയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുന്നതാണു നല്ലത്, പ്രദക്ഷിണ ദിശയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ Angle Tool ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ബഹുഭുജത്തിന്റെ പുറത്തുള്ള കോണുകളേ ലഭിക്കൂ.



Regular Polygon

സമബഹുഭുജം വരയ്ക്കാൻ

ടുളുപയോഗിച്ച് രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽ ബഹുഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



SET 6 Circle and Arc Tools

വൃത്തങ്ങളും വൃത്തഭാഗങ്ങളും വരയ്ക്കുന്നതിന്



Circle with Center through Point

ഒരു ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി മറ്റൊരു ബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ

വൃത്തകേന്ദ്രത്തിലും വൃത്തം കടന്നുപോകേണ്ട ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Circle with Center and radius

നിശ്ചിത ആരത്തിലുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ

വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Compass

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ അതേ അളവിൽ മറ്റൊരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ

നിലവിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. കഴ്സർ ചലിപ്പിച്ച് വരയ്ക്കേണ്ട വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രമാവേണ്ട ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Circle through Three Points

മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Semicircle through Two Points

അർദ്ധവൃത്തം വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Circular Arc with Center between Two Points

ചാപം വരയ്ക്കുന്നതിന്

കേന്ദ്രത്തിലും രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിലേ ചാപം വരയ്ക്കാൻ കഴിയും.



Circular Arc through Three Points

മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന ചാപം വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Circular Sector with Center between Two Points

വൃത്താംശം വരയ്ക്കാൻ

കേന്ദ്രത്തിലും രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Circumcircular Sector through Three Points

മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നു പോകുന്ന വൃത്താംശം വരയ്ക്കാൻ

ടൂളുപയോഗിച്ച് മൂന്നു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



SET 7 Conic Section Tool

ദീർഘവൃത്തം, പരാബൊള തുടങ്ങിയവ വരയ്ക്കുന്നതിനു വേണ്ടിയുള്ള ടൂളുകൾ.

SET 8 Measurement Tools

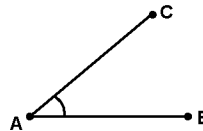
അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ടൂളുകൾ



Angle

കോൺ അളക്കുന്നതിന്

കോൺ A അളക്കാൻ A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. അല്ലെങ്കിൽ AB, AC എന്നീ വരകളിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



കുറിപ്പ്

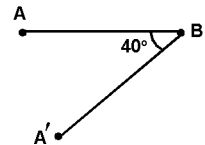
- അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിലാണ് കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത്. അതിനാൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുന്ന ക്രമം മാറിയാൽ അടയാളപ്പെടുത്തുന്ന കോണും മാറും.
- അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിൽ വരച്ച ഒരു ബഹുഭുജത്തിനുള്ളിൽ ഈ ടൂളുപയോഗിച്ച് ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ ബഹുഭുജത്തിന്റെ എല്ലാ കോണുകളും അടയാളപ്പെടുത്താൻ കഴിയും.



Angle with Given Size

നിശ്ചിത അളവിൽ കോൺ നിർമ്മിക്കുന്നതിന്

ഉദാ: $B = 40^\circ$ ആകത്തക്കവിധം കോൺ ABC നിർമ്മിക്കണമെങ്കിൽ AB എന്ന വര വെച്ച് Segment between Two Points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് A, B ഇവയിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്ന് വരുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണളവായി 40° എന്ന് നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇപ്പോൾ A' എന്ന പുതിയ ഒരു ബിന്ദു ലഭിക്കും. Segment between Two Points ടൂൾ ഉപയോഗിച്ച് BA' വരയ്ക്കുക. അപ്രദക്ഷിണ ദിശയിൽ കോൺ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിനാലാണ് AB യുടെ താഴെയായി A' ലഭിച്ചത്. മുകളിൽ ലഭിക്കണമെങ്കിൽ A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ 40° എന്ന് നൽകി Clockwise എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തശേഷം OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Distance or Length

രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലം, വരയുടെ നീളം, ചുറ്റളവ് തുടങ്ങിയവ അളന്ന് അടയാളപ്പെടുത്തുന്നതിന്.

- അകലം അളക്കേണ്ട ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.
- നീളം അളക്കേണ്ട വരയിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക
- ബഹുഭുജത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.
- വൃത്തത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Area

പരപ്പളവ് അളക്കുന്നതിന്

- ബഹുഭുജത്തിനുള്ളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.
- വൃത്തത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

SET 9 Transformation Tools



Reflect Object about line



Reflect Object about Point



Reflect Object about Circle

ഒരു ജ്യാമിതീയ രൂപത്തിന്റെ പ്രതിബിംബം നിർമ്മിക്കുന്നതിനാണ് ഈ മൂന്ന് ടൂളുകളും

ജ്യാമിതീയ രൂപത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തശേഷം ഒരു വരയിലോ ബിന്ദുവിലോ വൃത്തത്തിലോ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Rotate Object around Point by Angle

ഒരു വസ്തുവിനെ നിശ്ചിത കോണളവിൽ തിരിക്കുന്നതിന്.

തിരിക്കേണ്ട വസ്തുവിലും ഒരു ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണളവ് നൽകുക.



Translate Object by Vector

ജ്യാമിതീയ രൂപത്തെ നിശ്ചിത ദൂരത്തിലും ദിശയിലും നീക്കുന്നതിന്

രൂപത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്ത ശേഷം രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക, ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിൽ, ആദ്യത്തെ ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് രണ്ടാമത്തെ ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദിശയിൽ രൂപം നീങ്ങും.



Dilate Object from Point by Factor

ഒരു രൂപത്തെ നിശ്ചിത മടങ്ങ് വലുതാക്കുന്നതിന് / നിശ്ചിത ഭാഗം ചെറുതാക്കുന്നതിന്.

രൂപത്തിലും ഒരു ബിന്ദുവിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽ ഒരു സംഖ്യ നൽകുക. നൽകുന്ന സംഖ്യ 1 നേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ രൂപത്തെ അത്രയും മടങ്ങ് വലുതാക്കും, 1 നേക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ അതിനു തുല്യമായ ഭാഗമാക്കും.



SET 10 Special Object Tools

അക്ഷരങ്ങൾ, ചിത്രങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ ഉൾപ്പെടുത്തുന്നതിന്



Insert Text

അക്ഷരങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽ ആവശ്യമുള്ളവ ടൈപ്പ് ചെയ്യുക. തുടർന്ന് OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Insert Image

ചിത്രങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു വരുന്ന ജാലകത്തിൽനിന്ന്, കമ്പ്യൂട്ടറിൽ സൂക്ഷിച്ചിട്ടുള്ള ചിത്രങ്ങൾ തിരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്.



Pen Tool

ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ നേരിട്ട് എഴുതുകയോ വരയ്ക്കുകയോ ചെയ്യുന്നതിന്

ടൂൾ തെരഞ്ഞെടുത്തശേഷം മൗസിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തു പിടിച്ചുകൊണ്ട് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കാം.

മൗസിൽ വലത്തെ ബട്ടൺ അമർത്തിപ്പിടിച്ചുകൊണ്ട് തുടച്ചാൽ വരച്ച വര മായ്ക്കാം.



SET 11 Action Object Tools



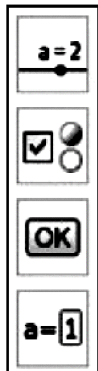
Slider

ജിയോജിബ്ര നിർമ്മിതികളെ ചലനാത്മകമാക്കുന്നു

ജിയോജിബ്രയിലെ ഏറ്റവും ശക്തമാണ് ഈ ടൂൾ എന്നു പറയാം. രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കിടയിലുള്ള ഏത് വിലയും സ്വീകരിക്കാവുന്ന ഒരു ചരമായി (Variable) സ്ലൈഡറിനെ കണക്കാക്കാം. Number Slider, Angle Slider, Integer Slider എന്നിങ്ങനെ മൂന്നുതരം സ്ലൈഡർ ഉണ്ടെന്നു പറയാം.

Number Slider

സ്ലൈഡർ ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. താഴെ കാണുന്ന രീതിയിൽ Slider എന്ന പേരിൽ ഒരു ജാലകം ലഭിക്കും.



Slider

☒ Number
☐ Angle
☐ Integer
☐ Random

Name

a

Interval
Slider
Animation

Min: -5
Max: 5
Increment: 0.1

Apply
Cancel

Name എന്നതിൽ സ്റ്റൈഡറിന് ഉദ്ദേശിക്കുന്ന പേര് നൽകാം. (ഈ പേര് പ്രധാനമാണ്, സ്റ്റൈഡർ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ഏത് നിർമ്മിതിയിലും ഇത് ആവശ്യമായി വരും.) ഇതേ ജാലകത്തിൽത്തന്നെ സ്റ്റൈഡറിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ വില (Min), ഏറ്റവും കൂടിയ വില (Max), വർദ്ധനവ് (Increment) തുടങ്ങിയവ ക്രമീകരിക്കാവുന്നതാണ്. ആവശ്യമായ ക്രമീകരണങ്ങൾ വരുത്തിയ ശേഷം Apply ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

Angle Slider:

ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Angle എന്നതിനു നേരെ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. Min, Max ഇവ 0° യ്ക്കും 360° യ്ക്കും ഇടയിലുള്ള അളവുകളാണ് നൽകേണ്ടത്.

Integer Slider:

ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Integer എന്നതിനു നേരെ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

സ്റ്റൈഡറുകളുടെ ഉപയോഗം

ജിയോജിബ്രയുടെ ജീവനാഡിയാണ് സ്റ്റൈഡറുകൾ എന്ന് പറയാം. മറ്റു സൂചകൾക്കൊപ്പമാണ് സ്റ്റൈഡർ ഉപയോഗിക്കേണ്ടത്. ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ ...

- Name : a, Min : 0, Max : 5 വരത്തക്കവിധം ഒരു സ്റ്റൈഡർ നിർമ്മിക്കുക, Circle with Center and radius സൂചപയോഗിച്ച് ഒരു ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ a (സ്റ്റൈഡറിന്റെ പേര്) എന്ന് നൽകുക. ഇങ്ങനെ നിർമ്മിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ ആരം സ്റ്റൈഡർ ഉപയോഗിച്ച് മാറ്റാവുന്നതാണ്.

segment with given Length from Point സൂചപയോഗിച്ച് ഒരു ബിന്ദുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്ന് വരുന്ന ജാലകത്തിൽ വരയുടെ നീളം a എന്ന് നൽകി OK ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു സമചതുരം നിർമ്മിക്കുക. (Regular Polygon ൂൾ ഉപയോഗിക്കാം.) സ്റ്റൈഡറിന്റെ വില മാറ്റുന്നതിനനുസരിച്ച് സമചതുരത്തിന്റെ വലിപ്പം മാറുന്നതുകാണാം.

കുറിപ്പ്: സ്റ്റൈഡറിന്റെ വില മാറ്റുന്നതിന് സ്റ്റൈഡറിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുപിടിച്ചുകൊണ്ട് മൗസ് ചലിപ്പിക്കുക/സ്റ്റൈഡറിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തശേഷം Arrow key അമർത്തുക/സ്റ്റൈഡറിൽ Right Click ചെയ്യുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ജാലകത്തിലെ Animation on എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

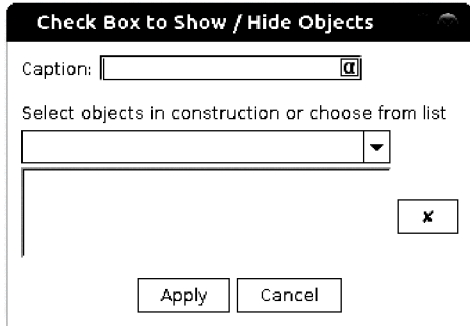
- Name : n, Min : 3, Max : 50 വരത്തക്കവിധം ഒരു Integer Slider നിർമ്മിക്കുക, Regular Polygon സൂചപയോഗിച്ച് രണ്ടു ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. തുടർന്നു ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ ബഹുഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ എണ്ണം n എന്ന് നൽകുക. സ്റ്റൈഡറിന്റെ വില മാറ്റുന്നതിനനുസരിച്ച് വശങ്ങളുടെ എണ്ണം മാറുന്നതുകാണാം.
- Name : α , Min : 0° , Max : 360° വരത്തക്കവിധം ഒരു Angle Slider നിർമ്മിക്കുക Angle with Given Size സൂചപയോഗിച്ച് കോൺ നിർമ്മിക്കുന്ന പ്രവർത്തനത്തിൽ കോണളവായി α എന്ന് നൽകുക. സ്റ്റൈഡറിന്റെ വില മാറ്റുന്നതിനനുസരിച്ച് കോണളവ് മാറുന്നതുകാണാം.



Check Box to Show /Hide Objects

നിർമ്മിതികൾ മറച്ചുവയ്ക്കാനും ആവശ്യമുള്ളപ്പോൾ കാണാനും

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. താഴെ കാണുന്ന രീതിയിൽ ഒരു ജാലകം ലഭിക്കും.



Caption എന്ന ബോക്സിൽ Check Box ന്റെ പേരു നൽകാം. അതിനു തൊട്ടു താഴെയുള്ളത് ഒരു Drop down box ആണ്. ഇതിന്റെ വലതുവശത്തുള്ള ചിഹ്നത്തിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ അതുവരെയുള്ള നിർമ്മിതികളുടെ ഒരു പട്ടിക കിട്ടും. അതിൽ നിന്നും Check Box ൽ ഉൾപ്പെടുത്തേണ്ടവ തെരഞ്ഞെടുക്കാം.

മറ്റൊരു രീതിയിലും നിർമ്മിതികൾ Check Box ൽ ഉൾപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്. ഇതിനായി നിർമ്മിതി

യിൽ Right Click ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ നിന്നും Object Properties → Advanced എന്ന ക്രമത്തിൽ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Check Box ന്റെ പേര് നൽകുക. Caption ആയി നൽകിയ പേരല്ല ഇവിടെ ഉപയോഗിക്കേണ്ടത്. പേരിന്റേ Check Box ൽ Right Click ചെയ്യുക. അപ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിന്റെ ഏറ്റവും മുകളിൽ Boolean Value എന്നതിനുശേഷമുള്ള അക്ഷരമാണ് Check Box ന്റെ പേര്.



Insert Input Box

സ്ക്രൈഡറിന്റെ വില ടൈപ്പ് ചെയ്തു നൽകുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. അപ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ Caption നൽകാം. Linked Object എന്ന ബോക്സിൽ നിന്നും സ്ക്രൈഡറിന്റെ പേര് തെരഞ്ഞെടുത്ത്, Apply ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇങ്ങനെ ലഭിക്കുന്ന ബോക്സിൽ സ്ക്രൈഡറിന്റെ വില ടൈപ്പ് ചെയ്യാവുന്നതാണ്.

SET 12 General Tools



Move Graphic View

Graphic View ചലിപ്പിക്കുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുപിടിച്ചുകൊണ്ട് മൗസ് ചലിപ്പിക്കുക.



Zoom In



Zoom Out

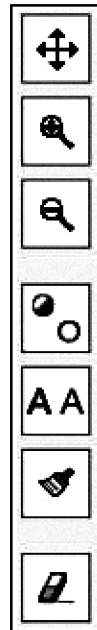
നിർമ്മിതികളുടെ വലുപ്പം കൂട്ടുന്നതിന്/കുറയ്ക്കുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച് ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക/Mouse Wheel തിരിക്കുക.



Show/Hide Object

ടൂളുപയോഗിച്ച് കാണേണ്ട/മറച്ചുവയ്ക്കേണ്ട വസ്തുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. ഇനി



മറ്റേതെങ്കിലും ടൂൾ ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ഈ വസ്തുക്കൾ മറഞ്ഞിരിക്കും. ഇവ വീണ്ടും കാണണമെങ്കിൽ ഇതേ ടൂളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്താൽ മതി.



Show/Hide Label

പേര് കാണുന്നതിന്/മറച്ചുവയ്ക്കുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച്, പേര് കാണേണ്ട/മറച്ചുവയ്ക്കേണ്ട വസ്തുവിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



Copy Visual Style

ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഗുണങ്ങൾ മറ്റു വസ്തുക്കളിലേക്ക് പകർത്തുന്നതിന്

ടൂളുപയോഗിച്ച് ആദ്യത്തെ വസ്തുവിലും തുടർന്ന് മറ്റു വസ്തുക്കളിലും ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.



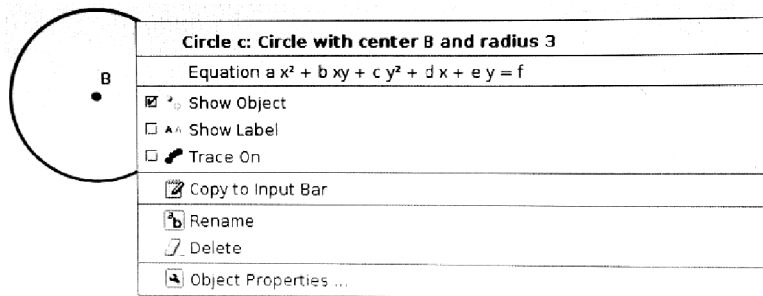
Delete Object

ടൂൾ തെരഞ്ഞെടുത്തശേഷം നീക്കം ചെയ്യേണ്ട വസ്തുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക.

ON RIGHT CLICK

ഗ്രാഫിക് വ്യൂവിലെ നിർമ്മിതികളിൽ Right Click ചെയ്തുകൊണ്ട് അവയുടെ ഗുണവിശേഷങ്ങളിൽ മാറ്റം വരുത്താവുന്നതാണ്.

ഉദാഹരണമായി ഒരു വൃത്തത്തിൽ Right Click ചെയ്യുമ്പോൾ ഇത്തരത്തിൽ ഒരു ജാലകം ലഭിക്കും.



ഇതിൽ ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ വൃത്തത്തിന്റെ പേരും വിവരണങ്ങളുമാണ് - c എന്ന വൃത്തം, B എന്ന ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി 3 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ വരച്ചത്. അടുത്ത വരിയിൽ വൃത്തത്തിന്റെ സമവാക്യമാണ് ഇത് തൽക്കാലം നമുക്ക് ആവശ്യമില്ല. മൂന്നാമത്തെ വരിയിലെ Check Box ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തെ മറച്ചുവയ്ക്കാം. അടുത്ത വരിയിലെ Check Box ഉപയോഗിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ പേര് എഴുതിക്കാണുകയോ മറച്ചുവയ്ക്കുകയോ ചെയ്യാം.

അടുത്തവരിയിലെ Trace On ഒരുപാട് പ്രയോഗസാധ്യതകളുള്ളതാണ്. ഇതിനെക്കുറിച്ച് പിന്നീട് വിശദമാക്കാം.

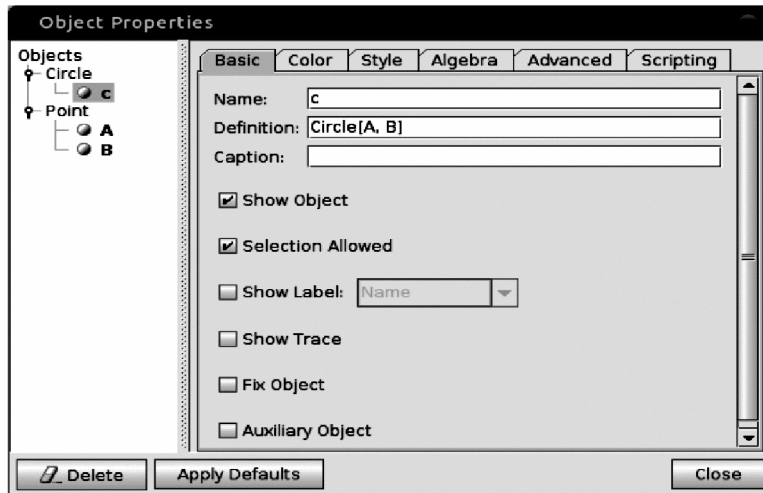
Copy to Input Bar - തൽക്കാലം നമുക്ക് ആവശ്യമില്ല.

Rename - പേര് മാറ്റുന്നതിന് - ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ജാലകത്തിൽ പുതിയ പേര് നൽകുക.

Delete എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തുകൊണ്ട് വൃത്തത്തെ നീക്കം ചെയ്യാം.

Object Properties എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ ഇത്തരത്തിൽ ഒരു ജാലകം ലഭിക്കും.

Basic :



പേര്, നിർവചനം തുടങ്ങിയവയിൽ മാറ്റങ്ങൾ വരുത്താം.

Color :

ആവശ്യമുള്ള നിറം നൽകാം.

Style :

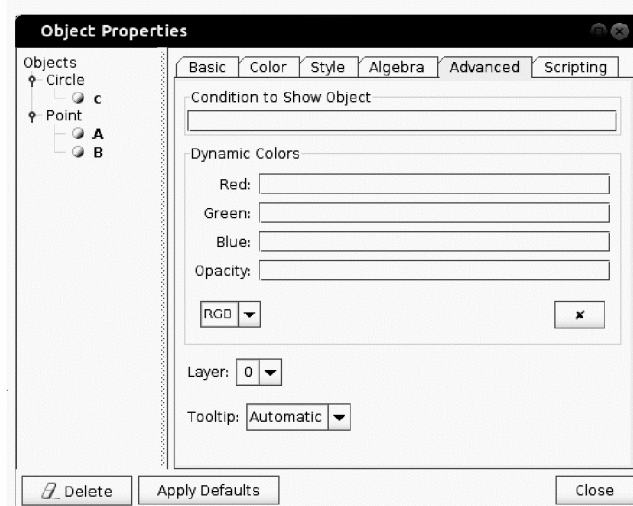
വരയുടെ കനം, ശൈലി, നിറത്തിന്റെ നിറവ് തുടങ്ങിയവ ക്രമീകരിക്കാൻ.

Algebra :

തൽക്കാലം ആവശ്യമില്ല.

Advanced :

- Condition to show object - വൃത്തം ആവശ്യാനുസരണം മറച്ചുവയ്ക്കുന്നതിന്/കാണുന്നതിന്. ഇതിനായി ചെക്ക് ബോക്സിന്റെ പേരുനൽകുകയോ സ്റ്റൈലിന്റെ വില നൽകുകയോ ചെയ്യാം. eg : **a** എന്ന സ്റ്റൈൽ നിർമ്മിച്ചിട്ട് Condition to show object box ൽ $a > 1$ എന്നു നൽകിയാൽ **a** യുടെ വില ഒന്നിനേക്കാൾ കൂടുമ്പോൾ മാത്രമേ വൃത്തം കാണാൻ കഴിയൂ.



- Dynamic Colors - വൃത്തത്തിന്റെ നിറം, നിറവ് ഇവ സ്റ്റൈലുകളുപയോഗിച്ച് മാറ്റാം. Min : 0 Max : 1 ആക

ത്തക്കവിധത്തിൽ നാല് സ്ലൈഡറുകൾ നിർമ്മിക്കുക. Red, Green, Blue, Opacity ഇവ യിലോരോന്നിലും ഓരോ സ്ലൈഡറിന്റെ പേരുവീതം നൽകി Close ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക. നിറങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സ്ലൈഡറുകളുടെ വില മാറ്റുന്നതിനനുസരിച്ച് വൃത്തത്തിന്റെ നിറം മാറുന്നതുകാണാം. Opacity സൂചിപ്പിക്കുന്ന സ്ലൈഡറിന്റെ വില മാറ്റുന്നതിനനുസരിച്ച് നിറത്തിന്റെ നിറവ് മാറുന്നതുകാണാം. സ്ലൈഡറുകൾക്ക് Animation നൽകിയാൽ ഇവയെല്ലാം തനിയെ മാറുന്നതാണ്.

Scripting:

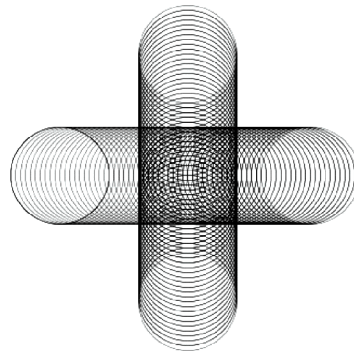
തൽക്കാലം ആവശ്യമില്ല.

Trace On

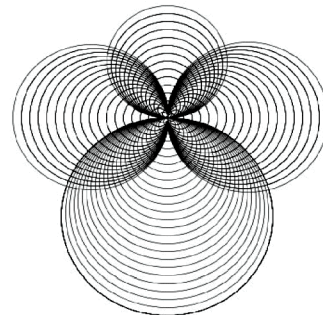
ജ്യോമിതിയിലെ ചില ആശയങ്ങൾ ചലനാത്മകമായി അവതരിപ്പിക്കാനും, മനോഹരമായ ചിത്രങ്ങൾ വരയ്ക്കാനുമെല്ലാം ഈ ടൂൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്താം. ചില ഉദാഹരണങ്ങളിതാ...

ഓരോന്നും ആവശ്യമായ ടൂൾ തിരഞ്ഞെടുത്ത് വരച്ചു നോക്കൂ....

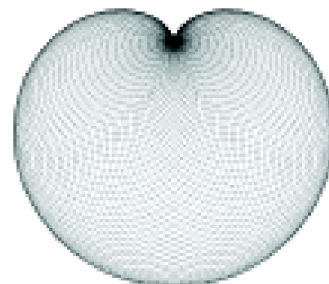
- 1 യൂണിറ്റ് ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ Trace നൽകുക (വൃത്തത്തിൽ Right Click ചെയ്ത് Trace എന്നതിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുക) Move Tool, Arrow Key ഇവ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്ത കേന്ദ്രം ചലിപ്പിച്ച് ഈ ചിത്രം നിർമ്മിക്കാം.



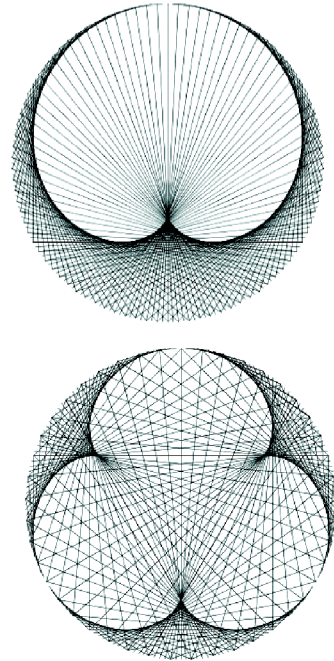
- A കേന്ദ്രമായി B യിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ Trace നൽകുക. Move Tool, Arrow Key ഇവ ഉപയോഗിച്ച് വൃത്ത കേന്ദ്രം ചലിപ്പിച്ച് ഇത്തരത്തിൽ ഒരു ചിത്രം നിർമ്മിക്കാം.



- ഒരു Angle Slider α നിർമ്മിക്കുക. Angle with given size ടുളുപയോഗിച്ച് A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്യുമ്പോൾ വരുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണിന്റെ വിലയായി α എന്ന് നൽകുക. ഒരു പുതിയ ബിന്ദു A' ലഭിക്കും. A' കേന്ദ്രമായി A യിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക. വൃത്തത്തിന്റെ Trace നൽകുക. സ്ലൈഡറിന് Animation നൽകുക. ബിന്ദുക്കളും കോണും മറച്ചുവയ്ക്കാം.



- ഒരു Angle Slider α നിർമ്മിക്കുക. Angle with given size ടുജുപയോഗിച്ച്, A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ക്ലിക്ക് ചെയ്തു വോൾ വരുന്ന ജാലകത്തിൽ കോണിന്റെ വിലയായി α എന്ന് നൽകുക. ഒരു പുതിയ ബിന്ദു A' ലഭിക്കും. ഇതേ ടുജുപയോഗിച്ച് വീണ്ടും A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ക്രമമായി ക്ലിക്ക് ചെയ്ത് കോണിന്റെ വിലയായി 2α എന്ന് നൽകുക ഒരു പുതിയ ബിന്ദു A'_1 കൂടി ലഭിക്കും. A', A'_1 ഇവ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു വര വരയ്ക്കുക. വരയുടെ Trace നൽകുക. സ്പെഡറിന് Animation നൽകുക.
- മുൻ പ്രവർത്തനത്തിൽ കോണളവ് 2α എന്നതിനു പകരം 4α എന്നു നൽകിയാൽ ഈ ചിത്രം നിർമ്മിക്കാം.



Note: വരച്ച ചിത്രങ്ങൾ മായ്ച്ചുകളയാൻ Key Board ലെ Ctrl, F എന്നിവ ഒരുമിച്ച് അമർത്തുക.

ചെയ്തു നോക്കാം

1. 5 സെ.മി വശമുള്ള ഒരു സമചതുരം ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിക്കുക.
2. രേഖീയജോഡികളുടെ തുക 180 ഡിഗ്രി ആയിരിക്കുമെന്ന് ജിയോജിബ്ര ഉപയോഗിച്ച് തെളിയിക്കുക.
3. 50 സെ.മി പരപ്പളവുള്ള ഒരു സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

കളിപ്പെട്ടി 5, 6, 7 ക്ലാസിലെ ഐ.സി.ടി പാഠപുസ്തകമായ ഇ-വിദ്യ മുതലായവ പരിശോധിച്ച് കൂടുതൽ പ്രവർത്തനങ്ങൾ കണ്ടെത്താം.

കിഗ് (KIG)

ഗണിതപഠനത്തിൽ ജ്യോമിതീയ നിർമ്മിതിക്ക് ഉപയോഗിക്കാവുന്ന മറ്റൊരു സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ് വെയർ ആണ് കിഗ് (KIG). ഐ.ടി @ സ്കൂൾ, ഉബുണ്ടു ഓപ്പറേറ്റിംഗ് സിസ്റ്റം ഉള്ള കമ്പ്യൂട്ടറിൽ ഇത് താഴെക്കാണുന്ന വിധം ഓപ്പൺ ചെയ്യാവുന്നതാണ്.

Application → Education → KIG

ഇപ്പോൾ തുറന്നുവരുന്ന വിൻഡോ ആണ് കിഗിന്റെ വർക്ക് സ്പേസ് ജിയോജിബ്ര പോലെ ജ്യോമിതിയിലെ പല പാഠഭാഗങ്ങളും ഇന്ററാക്ടീവായി പഠിക്കാനുള്ള ഒരു സോഫ്റ്റ് വെയറാണ് കിഗും. വിവിധതരം ജ്യോമിതീയ രൂപങ്ങൾ അനായാസം വരയ്ക്കാനും പല ജ്യോമിതീയ സിദ്ധാന്തങ്ങളും തെളിയിക്കാനും ഈ സോഫ്റ്റ്വെയർ ഉപയോഗപ്പെടുത്താം.

ഡോ.ജിയോ, കെ.ജിയോ, കാബ്രീ തുടങ്ങിയ സോഫ്റ്റ് വെയറുകളും ഈ രീതിയിൽ ഗണിതപഠനത്തിന് ഉപയോഗപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

J Fraction Lab

J Fraction Lab എന്നത് ഗണിതപഠനത്തിന് സഹായിക്കുന്ന മറ്റൊരു ഉപകാരപ്രദമായ സ്വതന്ത്ര സോഫ്റ്റ് വെയറാണ്. പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ കളിപ്പറ്റി പൂസ്തകത്തിൽ ഇതിന്റെ പ്രവർത്തനക്രമം വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ആവശ്യമായ റഫറൻസ് നടത്തി പ്രവർത്തനത്തിലേർപ്പെടുംമേലോ.

ചോദ്യങ്ങൾ

പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിൽ ഗണിതപഠനത്തിന് അനുയോജ്യമായ വിവിധ അപ്ലിക്കേഷനുകളുടെ ഉപയോഗ സാധ്യതകളെക്കുറിച്ച് കുറിപ്പ് തയ്യാറാക്കുക.

ലോവർ പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ ഗണിതം- ഉള്ളടക്കവിശകലനം

ആമുഖം

ലോവർ പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ ഉള്ളടക്കവും അതിന്റെ വ്യാപ്തിയും ഓരോ അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥിയും തിരിച്ചറിയേണ്ടതുണ്ട്. ഓരോ ഉള്ളടക്കമേഖലയും ഓരോ ക്ലാസിലും എങ്ങിനെയാണ് വിന്യസിച്ചിരിക്കുന്നത് എന്നും അവയുടെ വളർച്ചയും തുടർച്ചയും എങ്ങിനെയാണെന്നും പരിശോധിച്ച് മനസ്സിലാക്കണം. പാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ സൂക്ഷ്മപരിശോധന (Scanning) യിലൂടെ ഇത് സാധ്യമാക്കാം. സംഖ്യാബോധം, ചതുഷ്ക്രിയകൾ, അളവുകൾ, ജ്യോമിതി, സമയം എന്നീ ഉള്ളടക്ക മേഖലകളെ ചാക്രികാരോഹണരീതി അവംലംബിച്ചുകൊണ്ട് വിവിധ ക്ലാസ്സുകളിലായി ക്രമീകരിച്ചിട്ടുള്ളത് തിരിച്ചറിയുമ്പോഴാണ് പഠനബോധനപ്രക്രിയയിൽ ഉള്ളടക്കത്തിന്റെ ഏതു തലം വരെ പോകേണ്ടതുണ്ട് എന്ന് മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കുന്നത്.

ഗണിതശയങ്ങൾ, ഒരു ചങ്ങലയിലെ കണ്ണിപോലെ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്ന് മനസ്സിലാക്കാനും, സംഖ്യാബോധം, ചതുഷ്ക്രിയ, അളവുകൾ, ജ്യോമിതി, സമയം എന്നീ വിവിധ മേഖലകളുടെ പഠനനേട്ടങ്ങൾ, ആശയങ്ങൾ, പഠനസാമഗ്രികൾ എന്നിവ തിരിച്ചറിയാനും, ലോവർ പ്രൈമറി ക്ലാസിലെ വിവിധ മേഖലകളിലെ ആശയങ്ങളുടെ വിനിമയരീതി ഗണിതപഠനസമീപനത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ പരിചയപ്പെടാനും, ഈ യൂണിറ്റിലൂടെ സാധിക്കുന്നു.

സംഖ്യാബോധം, സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനവില വ്യാഖ്യാനം, പ്രയോഗം എന്നീ ആശയങ്ങൾക്ക് ഇവിടെ പ്രാധാന്യം നൽകുന്നു. എന്നാൽ, ഓരോ ക്ലാസിലെയും പഠനനേട്ടങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് സംഖ്യകൾ വായിക്കാനും അക്കത്തിലും അക്ഷരത്തിലും എഴുതാനും, വ്യാഖ്യാനിക്കാനും പ്രൈമറിതലത്തിലെ കുട്ടികളെ പരിശീലിപ്പിക്കുവാൻ പ്രാവീണ്യം നേടേണ്ടവരാണ് അധ്യാപകവിദ്യാർത്ഥികൾ. സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം എന്നിവയുടെ ആശയങ്ങളും, ക്രിയകളും ഉപയോഗപ്പെടുത്തി പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ അപഗ്രഥിക്കാനും പരിഹരിക്കാനുമുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാൻ സ്കൂൾ പാഠ്യപദ്ധതി ഫലപ്രദമായി ഉപയോഗപ്പെടുത്തേണ്ടതുണ്ട്.

അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ജീവിത സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെ നീളത്തിന്റെ വിവിധ യൂണിറ്റുകളെക്കുറിച്ചും, പരപ്പളവിന്റെ വിവിധ സാധ്യതകളെക്കുറിച്ചും ദ്രാവകഅളവുകളുടെ വിവിധ യൂണിറ്റുകളെക്കുറിച്ചും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾ പ്രാവീണ്യം നേടേണ്ടതാണ്. ഇതിലൂടെ, വിവിധ യൂണിറ്റുകളുടെ പരസ്പരബന്ധം, താരതമ്യം ചെയ്യൽ, വ്യാഖ്യാനിക്കൽ, പട്ടികപ്പെടുത്തൽ, പ്രശ്നാപഗ്രഥനം, വ്യത്യസ്ത വഴികൾ അന്വേഷിക്കൽ, ഊഹിച്ചുപറയൽ, കൃത്യതപ്പെടുത്തൽ തുടങ്ങിയ പ്രക്രിയാശേഷികൾക്കനുസരിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപകല്പനചെയ്യണം.

ജ്യോമിതി എന്ന മേഖലയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി, ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം എന്നീ ജ്യോമിതീയരൂപങ്ങൾ തിരിച്ചറിയാനും ഈ രൂപങ്ങൾ ചേർത്ത് വച്ച് വിവിധ രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കാനും വരയ്ക്കാനുമുള്ള കഴിവ് സ്കൂൾ പാഠ്യപദ്ധതിയിലൂടെ ലഭിക്കണം.

ക്ലോക്ക്, വാച്ച് എന്നിവ നോക്കി സമയം പറയുന്നതിനും കലണ്ടറിൽ നിന്നും വിവരങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നതിനും സമയം എന്ന മേഖലയ്ക്ക് വിവിധ ക്ലാസ്സുകളിലുള്ള സാധ്യതകൾ തിരിച്ചറിയാനും ഇംഗ്ലീഷ് മലയാളം മാസങ്ങളിലെ തീയതികൾ കണ്ടെത്താനും ഇവ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം കണ്ടെത്താനും സ്കൂൾ പാഠ്യപദ്ധതിയിലെ വിവിധ ക്ലാസ്സുകളിലെ പ്രവർത്തനരീതികളും വിനിമയതന്ത്രങ്ങളും അറിയുക എന്നത് പാഠ്യപദ്ധതിയുടെ അനുപേക്ഷണീയ ഘടകമാണ്.

പ്രൈമറിതലത്തിലെ പ്രധാന ഉള്ളടക്ക മേഖലകൾ

- സംഖ്യാബോധം.
- ചതുഷ്ക്രിയകൾ.
- ഭിന്നസംഖ്യകൾ
- ദശാംശസംഖ്യകൾ
- അളവുകൾ.
- ജ്യോമിതി.
- സമയം.

മേൽപ്പറഞ്ഞ ആശയങ്ങളുടെ വളർച്ച, തുടർച്ച, പരസ്പരബന്ധം എന്നിവ പഠനവിയേയമാക്കുന്നു.

ലോവർ പ്രൈമറിതലത്തിലെ വിവിധമേഖലകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങളും ഗണിതപഠന സമീപനവും

സംഖ്യാബോധം

വലുത്, ചെറുത്, കൂടുതൽ, കുറവ് എന്നീ പ്രാഗ്സംഖ്യാ ആശയങ്ങൾ (Pre-number concepts) വ്യത്യസ്ത അനുഭവങ്ങളിലൂടെ നേടിയ ശേഷമാണ് സംഖ്യാബോധത്തിലേക്ക് കടക്കുന്നത്.

ഒരു സംഖ്യ രൂപപ്പെടുന്നതിന്റെ വിവിധ സാധ്യതകൾ കണ്ടെത്തി വിശദീകരിക്കുവാൻ കഴിയുന്ന കുട്ടിക്ക് സംഖ്യാബോധം ഉണ്ടെന്ന് പറയാം.

സംഖ്യാബോധവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പഠനനേട്ടങ്ങൾ ഓരോ ക്ലാസ്സിലുമുള്ളത് തിരഞ്ഞെടുത്ത് അനുയോജ്യമായ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കുകയും വിനിമയം ചെയ്യുകയും വേണം.

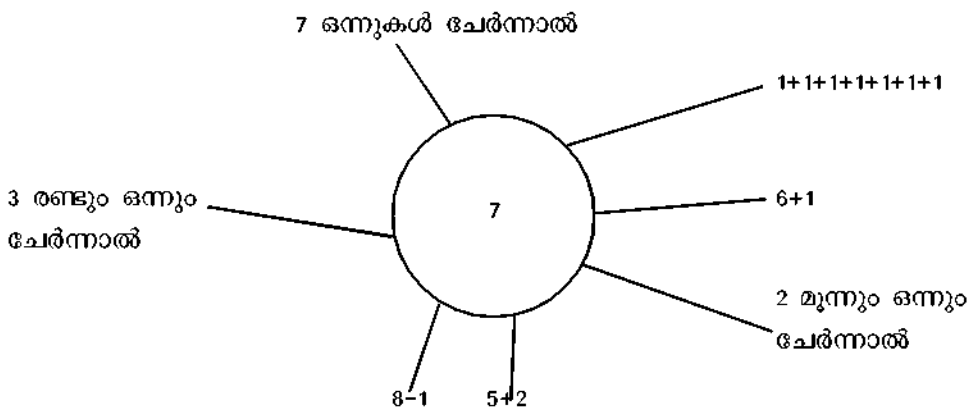
എണ്ണൽതന്ത്രങ്ങൾ

1. നിശ്ചിത എണ്ണം വസ്തുക്കളെ ഓരോന്നു വീതം എണ്ണി, എത്ര എണ്ണം എന്നു കണ്ടെത്തുക.
2. ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യ മുതൽ തുടങ്ങി മറ്റൊരു സംഖ്യ വരെ എണ്ണുക (ആരോഹണ ക്രമം).

3. ഒരു നിശ്ചിതസംഖ്യയിൽ നിന്നു തുടങ്ങി താഴോട്ട് എണ്ണുക. ഉദാ: (15,14,13)
(അവരോഹണക്രമം)

4. ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യ വിട്ട് എണ്ണുക.

സംഖ്യാബോധം കൈവരിക്കാനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ വസ്തുക്കളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുന്ന പോലെ ജീവിത സന്ദർഭങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തുവാനും കഴിയണം. ഇത്തരത്തിൽ സംഖ്യാബോധം ലഭ്യമായ കുട്ടികൾക്ക് സംഖ്യകളുടെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ എളുപ്പത്തിൽ ധാരണയുണ്ടാകുന്നു. വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ സംഖ്യകളെ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നതിന് ഒരു ഉദാഹരണം ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.



ആദിമ മനുഷ്യൻ എണ്ണുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ഒന്നിനെന്ന് പൊതുത്തപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയാണ് ഉപയോഗിച്ചത്. എ.ഡി.9ാം ശതകത്തിൽ മോസ്ലം (Moslem) ഭരണകർത്താക്കൾ തങ്ങളുടെ സാമ്രാജ്യം പടിഞ്ഞാറൻ രാഷ്ട്രമായ സ്പെയിനിലേക്കും കിഴക്കൻ രാഷ്ട്രമായ ഇൻഡസിലേക്കും വ്യാപിപ്പിച്ചപ്പോഴാണ്, 'ഹിന്ദു അറബിക്' സംഖ്യകൾ എന്ന പേര് വ്യാപകമാകാൻ തുടങ്ങിയത്. ഇന്നും നമ്മൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് ഈ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം തന്നെയാണ്.

ഹിന്ദു അറബിക് സംഖ്യാസമ്പ്രദായത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ ചുവടെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

1. 0, 1, 2, - - - - - 9 വരെയുള്ള 10 അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് ഇന്നത്തെ സംഖ്യാസമ്പ്രദായം രൂപപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് തന്നെ ഇത് ദശസംഖ്യാനസമ്പ്രദായം എന്ന പേരിലറിയപ്പെടുന്നു.
2. സ്ഥാനവില എന്ന ആശയം പരിഗണിച്ച് ഏതു വലിയ സംഖ്യയും, അതിന്റെ സ്ഥാനവിലക്കനുസരിച്ച് രേഖപ്പെടുത്താൻ കഴിയുന്നു.
3. 'പൂജ്യം' ഒരു അക്കമായി ഉപയോഗിക്കുന്നു.

സ്ഥാനവിലയുടെ ആശയരൂപീകരണം ശരിയായ രീതിയിൽ നടക്കണമെങ്കിൽ മൂന്നു ഘട്ടങ്ങൾ, പരിഗണിക്കേണ്ടതാണ്.

1. മുൻതല വസ്തുക്കൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ആശയഗ്രഹണം. (കമ്പുകെട്ടുകൾ, മുത്തുകൾ)

2. മുർത്ത രീതിയിലുള്ള അവതരണം (ചിത്രങ്ങൾ, അബാക്കസ്)
3. പ്രതീകാത്മകമായുള്ള അവതരണം.

ആദ്യത്തെ രണ്ട് ഘട്ടങ്ങൾ കടന്നു പോയതിനുശേഷമേ മൂന്നാമത്തെ ഘട്ടത്തിന്റെ അവതരണം നടക്കാവൂ.

ചതുഷ്ക്രിയകൾ

ചതുഷ്ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ

- സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം എന്നിവയുടെ രീതിശാസ്ത്രം തിരിച്ചറിയുന്നു.
- 4 ക്രിയകളിലെയും വ്യത്യസ്ത രീതികൾ മനസ്സിലാക്കുന്നതിനും ആവശ്യമനുസരിച്ച് അനുയോജ്യമായ രീതി തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നതിനും കഴിയുന്നു.
- ക്രിയാഫലം മതിച്ചു പറയുന്നതിനുള്ള കഴിവ് നേടുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ നിർധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- ചതുഷ്ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പുതിയ പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.

സങ്കലനം

പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെയാണ് 'സങ്കലനം' എന്ന ആശയം അവതരിപ്പിക്കേണ്ടത്. സാധന സംയുക്തമായും ചിത്രീകരണം വഴിയും, ബോധ്യപ്പെട്ട ശേഷമാകണം, സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള സങ്കലനം, അവതരിപ്പിക്കേണ്ടത്.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \end{array} & + & \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \end{array} & = & \begin{array}{c} \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \\ \nearrow \end{array} \\
 4 & + & 3 & = & 7
 \end{array}$$

രണ്ടു രണ്ടക്കസംഖ്യകളായാലും രണ്ടു മൂന്നക്കസംഖ്യകളായാലും സങ്കലനക്രിയ ചെയ്യുന്നതിന് വ്യത്യസ്തങ്ങളായ വഴികൾ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു എന്നത് തിരിച്ചറിയേണ്ടതാണ്.

ഉദാ : $234 + 156$

(ഊഹിച്ച് ഉത്തരം കൃത്യതപ്പെടുത്തണം)

രീതി 1	രീതി 2	രീതി 3
$234 = 200+30+4$ $156 = 100+50+6$ $300+80+10$ $= 390$	$234+156 = 230+150+4+6$ $= 380+10$ $= 390$	$234+156 = 234+6+150$ $= 240+150 = 390$

പ്രവർത്തനം

- 1) സങ്കലനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗണിതാശയ രൂപീകരണത്തിന് സ്വീകരിക്കേണ്ട വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ ഒരു ഉദാഹരണത്തിലൂടെ വ്യക്തമാക്കുക.

- 2) ഗണിതത്തിലെ ആശയരൂപീകരണ ഘട്ടങ്ങൾ ബ്രൂണറുടെ പഠനഘട്ടങ്ങളുമായി പൊരുത്തപ്പെടുത്തുക.
- 3) സങ്കലനക്രിയചെയ്യുമ്പോൾ കുട്ടികൾ വരുത്താവുന്ന തെറ്റുകൾ തിരിച്ചറിയുകയും പരിഹാര മാർഗ്ഗങ്ങൾ നിർദ്ദേശിക്കുകയും ചെയ്യുക.

വ്യവകലനം

സാധന സംയുക്തമായും ചിത്രീകരണത്തിലൂടെയും വ്യവകലനക്രിയ ചെയ്യേണ്ടതുണ്ട്

ഉദാ : $7 - 3 = 4$

$$\begin{array}{ccccccc} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & - & \circ & \circ & \circ & = & \circ & \circ & \circ & \circ \\ 7 & & & & & & & - & 3 & & & = & 4 & & & \end{array}$$

വ്യവകലന ക്രിയകളിൽ വരുത്താവുന്ന തെറ്റുകൾ ഏതെല്ലാം?

$$\begin{array}{r} 65 - \\ 26 \\ --- \\ 49 \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 - \\ 26 \\ --- \\ 41 \end{array} \quad \begin{array}{r} 65 - \\ 26 \\ --- \\ 30 \end{array}$$

ഈ തെറ്റുകൾ പരിഹരിക്കാൻ സാധിക്കുന്ന രീതിയിലുള്ള വ്യത്യസ്ത പഠന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യേണ്ടതാണ്.

ഗുണനം

ആവർത്തന സങ്കലനമാണ് ഗുണനം എന്ന ആശയം വിവിധ പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെ അവതരിപ്പിക്കുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്.

ഒരേ വസ്തുവിന്റെ 4 വീതം കൂട്ടങ്ങൾ ഗുണന സന്ദർഭമായി അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

വസ്തുക്കൾ	സങ്കലന വസ്തുത	ഗുണന വസ്തുത
• • • •	4	$1 \times 4 = 4$
• • • • • • • •	$4 + 4 = 8$	$2 \times 4 = 8$
• • • • • • • • • • • •	$4 + 4 + 4 = 12$	$3 \times 4 = 12$
• • • • • • • • • • • • • • • •	$4 + 4 + 4 + 4 = 16$	$4 \times 4 = 16$

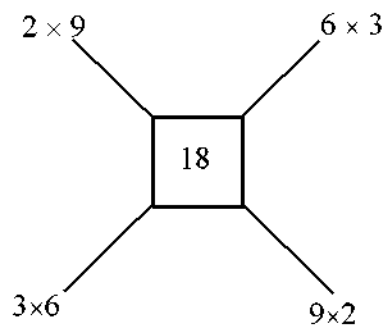
ഇപ്രകാരം ഗുണന വസ്തുതകൾ വിവിധസംഖ്യകളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി രൂപപ്പെടുത്താനുള്ള അവസരമാണ് ലഭിക്കേണ്ടത്.

പട്ടിക രൂപീകരിക്കുന്നത് അവയുടെ ക്രമവും പാറ്റേണും അറിയാനും, വസ്തുതകൾ കണ്ടെത്തി പ്രയോഗിക്കുന്നത് എളുപ്പമാക്കാനും വേണ്ടിയാണ്. ഗുണനവസ്തുതകൾ സ്വായത്തമാക്കാൻ എന്തെല്ലാം പ്രവർത്തനങ്ങൾ നൽകാം.

ആവർത്തന സങ്കലനത്തിലൂടെ പട്ടിക നിർമ്മിക്കൽ.

പട്ടികപ്പെടുത്തിയതിൽ നിന്ന് സമാന ഗുണനവസ്തുതകൾ കണ്ടെത്തൽ.

($2 \times 4 = 8$, $4 \times 2 = 8$)



- ഓരോ ഗുണനവസ്തുതയുടെയും മുന്നിലും പിന്നിലും ഉള്ളവ കണ്ടെത്തൽ.

DZm:- $5 \times 4 = 20$, ആയാൽ $4 \times 4 = ?$, $6 \times 4 = ?$

- അടിസ്ഥാന ഗുണനവസ്തുതകൾ കണ്ടെത്തൽ.

(അടിസ്ഥാന ഗുണന വസ്തുതകൾ പട്ടികയിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തൽ)

ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ പട്ടികയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ചെയ്തശേഷം മറ്റു പ്രവർത്തനങ്ങളായ, കളികൾ, പാട്ടുകൾ, കഥകൾ, പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ എന്നിവ പരിഗണിക്കണം.

ഗുണനക്രിയകൾ

ഗുണനത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത വഴികളിലൂടെ ഗുണനഫലം കണ്ടെത്താൻ, ഓരോ പ്രശ്നത്തിലും അനുയോജ്യമായ ക്രിയാരീതി സ്വീകരിക്കേണ്ടതാണ്.

ഉദാഹരണം:

രീതി 1

25×12

	10	2	
20	200	40	
5	50	10	
	250	50	300

$$\begin{array}{rcllcl} \text{രീതി 2} & & & & & \\ 25 \times 12 & = & 25 \times 4 \times 3 & = & 100 \times 3 & = & 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcllcl} \text{രീതി 3} & & & & & \\ 25 \times 12 & = & 25 \times 2 \times 6 & = & 50 \times 6 & = & \\ & & & & = & 50 \times 2 \times 3 & = & \\ & & & & = & 100 \times 3 & = & 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcllcl} \text{രീതി 4} & & & & & \\ 25 \times 12 & = & (10+2) 25 & = & 250+50 & = & 300 \end{array}$$

പ്രവർത്തനം

- 1) 4×2 , 2×4 എന്നിവയുടെ ഗുണനക്രിയ എപ്രകാരം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്ന് ചിത്രീകരണത്തിലൂടെ വ്യക്തമാക്കുക.
- 2) ഒന്നു മുതൽ ഒമ്പതു വരെയുള്ള ആവർത്തന ഗുണനപട്ടിക രൂപപ്പെടുത്തുക.

ഹരണം

ആവർത്തന വ്യവകലനമാണ് ഹരണം എന്ന ആശയം അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് തുല്യമായി വീതിക്കാൽ എന്ന ആശയധാരണ നേടേണ്ടതുണ്ട്.

ഉദാ: 18 പൂസ്തകങ്ങൾ 3 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിക്കാം.

18-

$$\begin{array}{r} 3 \\ 15- \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 12- \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 12- \end{array}$$

$$18 \div 3 = 6$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 6- \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3- \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 0- \end{array}$$

ആവർത്തന വ്യവകലനത്തിലൂടെ ഹരണം എന്ന ആശയം അവതരിപ്പിക്കുന്നു. ഹരണ ചിഹ്നം ($\div$) പരിചയപ്പെടുത്തുന്നു. ഹരണത്തെ ഗുണന വസ്തുതകളുമായി ബന്ധിപ്പിക്കാനും വ്യത്യസ്ത പഠനപ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ സാധിക്കും.

$$6 \times 3 = 18 \text{ ൽ നിന്ന് } 18 \div 3 = 6, \\ 18 \div 6 = 3$$

ഹരണ ക്രിയചെയ്യുമ്പോൾ വരുത്താവുന്ന തെറ്റുകൾ, ഉദാഹരണത്തിലൂടെ വിശകലനം ചെയ്ത് പരിഹരിക്കാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യണം

$\begin{array}{r} 13 \\ 7 \overline{)721} \\ \underline{7} \\ 021 \\ \underline{021} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3100 \\ 7 \overline{)721} \\ \underline{7} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100 \ 3 \\ 7 \overline{)721} \\ \underline{7} \\ 000 \\ \underline{000} \\ 0 \end{array}$
---	---	--

ഓരോ ഹരണക്രിയയിലും വന്നിരിക്കുന്ന ഹരണഫലത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ വ്യത്യസ്ത പ്രശ്നങ്ങളിലൂടെ ബോധ്യപ്പെടേണ്ടതാണ്.

ഭിന്നസംഖ്യകൾ

ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ബോധനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ.

- ഭിന്നസംഖ്യ എന്ന ആശയത്തെ വ്യത്യസ്ത തലങ്ങളിൽ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്
- ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വലുപ്പം താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിന്
- ഭിന്നസംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള മറ്റൊരു രീതിയാണ് ദശാംശം എന്നു തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.

ഭിന്നസംഖ്യ 3 വ്യത്യസ്തതലങ്ങളിലായി ആശയപരമായ അറിവ് നൽകുന്നു.

1. ഒന്നിന്റെ ഭാഗമായി ഒരു വസ്തുവിനെ തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി, ഒരു നിശ്ചിതഭാഗത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നു.
2. ഭിന്നസംഖ്യ ഹരണത്തിന്റെ ഭാഗമായി ($3/4$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യയെ $3 \div 4$)
3. ഭിന്നം കൂട്ടത്തിന്റെ ഭാഗമായി.

യൂണിറ്റുകൾ അപഗ്രഥനം ചെയ്ത് കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങളും പ്രവർത്തനങ്ങളും ശേഖരിക്കുക.

ദശാംശസംഖ്യകൾ

ഭിന്നസംഖ്യയെ സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള മറ്റൊരു രീതിയാണ് ദശാംശം.

- 0.5 എന്നത് $5/10$, $1/2$ എന്നീ ഭിന്ന സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കാനുള്ള വ്യത്യസ്ത വഴികളാണ്. എന്നാൽ ദശാംശഭിന്നം 10,100,1000 തുടങ്ങിയവയുടെ അംശമായിട്ട് മാത്രമാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.
- ഒന്നിനെ 10 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കി വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരണയാണ് ദശാംശസംഖ്യ അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് സഹായകമാകുന്നത്.

- 45.36 എന്ന ദശാംശസംഖ്യയിൽ 45 ഉം പത്തിലൊന്നുകൾ മൂന്നും നൂറിലൊന്നുകൾ ആറും ചേർന്നതാണ്.

$$45.36 = 45 + \frac{3}{10} + \frac{6}{100} = 45 + 0.3 + 0.06$$

ദശാംശസംഖ്യയിൽ കുട്ടികൾ വരുത്തുന്ന തെറ്റുകൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങളിലൂടെ ചർച്ച ചെയ്യുക.

$$(1) 35.46 = 35.5 \quad (2) 23.35 + 2.4 = 25.39$$

$$(3) \frac{5}{100} = 0.5 \quad (4) 0.005 = \frac{5}{100}$$

അളവുകൾ

അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ

- അളക്കലിന്റെ ആവശ്യകത ബോധ്യപ്പെടുത്തുന്നതിന്
- എന്തെല്ലാമാണ് എണ്ണുന്നത്? എന്തെല്ലാമാണ് അളക്കുന്നത്? എന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.
- വിവിധതരം അളക്കലുകൾ പരിചയപ്പെടുന്നതിന്. (സമയം, നീളം, ഭാരം, ഉള്ളളവ്) പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ, എണ്ണലോളം തന്നെ വളരെ പ്രാധാന്യമുള്ള ആശയമാണ് അളക്കൽ.

ചുവടെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകൾ ചർച്ച ചെയ്യൂ.

എണ്ണലും അളക്കലും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്താണ്?
(പൊരുത്തപ്പെടുത്തലും, താരതമ്യം ചെയ്യലും.)
എപ്പോഴൊക്കെയാണ് അളക്കേണ്ടിവരുന്നത് ?
എണ്ണാൻ സാധിക്കുന്നവ മാത്രമാണോ അളക്കുന്നത്
എണ്ണാൻ സാധ്യമല്ലാത്തവയ്ക്ക് ഉദാഹരണം കണ്ടെത്തൂ.
(തുണി, സ്ഥലം, നൂൽ)

നീളം

- നീളം എന്ന ആശയം.
- നീളത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന മറ്റു പദങ്ങൾ. (വീതി, പൊക്കം, ഉയരം, ചുറ്റളവ്)
- നീളത്തിന്റെ അവതരണം അംഗീകൃതമല്ലാത്ത ഏകകത്തിൽ തുടങ്ങി അംഗീകൃതമായതിലേക്ക്.
- നീളത്തിന്റെ സ്റ്റാൻഡേർഡ് യൂണിറ്റ്

- നീളത്തിന്റെ പഴയകാല ഏകകങ്ങൾ. (ചാൺ, ചുവട്, മൂഴം, മാറ്, ഫർലോങ്, മൈൽ)
- ചെറിയ അളവുകൾക്ക് ചെറിയ ഏകകം ആവശ്യമാണ്.
- നീളം എത്ര എന്ന് ഉറപ്പിച്ചു പറയൽ, യഥാർത്ഥ അളവുമായി താരതമ്യം ചെയ്യൽ.

ഉള്ളളവ്

- ഉള്ളളവ് എന്ന ആശയം.
- ഉള്ളളവിനുള്ള ഏകകം.
- ഉള്ളളവും വ്യാപ്തവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.
- ഉള്ളളവിനുള്ള നാടൻ അളവുകൾ (ഗ്ലാസ്, കപ്പ്, കുപ്പി)
- വിവിധ അളവുപാത്രങ്ങൾ തയ്യാറാക്കൽ.

ഭാരം (തൂക്കം)

- ഭാരം എന്ന ആശയം
- ഗ്രാസ് ഇല്ലാതെ ഭാരക്കൂടുതൽ കാണൽ.
- ഗ്രാസ് നിർമ്മിക്കൽ
- ഭാരത്തിന്റെ ഏകകങ്ങൾ പരസ്പരബന്ധം
- ഭാരം മതിച്ചു പറയൽ
- 1 ലിറ്റർ വെള്ളത്തിന്റെ തൂക്കം.

സമയം

- സമയത്തിന്റെ ഏകകങ്ങൾ, പരസ്പരബന്ധം.
- ക്ലോക്ക് നിർമ്മിക്കൽ, ക്ലോക്ക് നോക്കി സമയം പറയൽ.
- am, pm, 24 മണിക്കൂർ സമയം.
- ആഴ്ച, മാസം, വർഷം ഇവയെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ്, പരസ്പരബന്ധം.
- സമയദൈർഘ്യം എന്ന ആശയം (സെക്കന്റ്, മിനിറ്റ്, മണിക്കൂർ, ദിവസം, ആഴ്ച, മാസം, വർഷം).
- സമയരേഖ (ടൈംലൈൻ നിർമ്മിക്കൽ, ഒരാളുടെ ജീവിതഘട്ടങ്ങൾ നാട്ടിലെ പ്രധാനപ്പെട്ട സംഭവങ്ങൾ ചരിത്രവസ്തുതകൾ ഇവ സമയരേഖയിൽ ചിത്രീകരിക്കൽ).
- സമയം മതിച്ചു പറയൽ.
- അധിവർഷം.
- ദൂരത്തെ സമയവുമായി ബന്ധിപ്പിച്ച് പറയൽ.
- നിഴലും സമയവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

അധിവർഷം (Leap Year)

ഒരു വർഷം എന്നത് 365.24219 ദിവസമാണ്. സ്വാഭാവികമായി ഒരു കലണ്ടറിലെ ഒരു വർഷം 365 ദിവസമായി നിജപ്പെടുത്തുന്നു. അപ്പോൾ മിച്ചമുള്ള 0.24219 ദിവസം കൂട്ടിച്ചേർത്ത് 4ൽ ഒരു വർഷത്തിന് 366 ദിവസമാക്കി. 3 വർഷം ഫെബ്രുവരിയ്ക്ക് 28 ദിവസമെങ്കിൽ നാലാം വർഷം 29 ദിവസം. 366 ദിവസം വരുന്ന വർഷമാണ് അധിവർഷം. ഈ രീതിയിൽ തുടർന്നാൽ 400 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ ഒരു ദിവസം കൂടുതൽ വരും. അതുകൊണ്ട് 400 കൊണ്ട് ഹരിക്കാവുന്ന നൂറ്റാണ്ടുകളെ അധിവർഷമായി കണക്കാക്കാം. ഉദാഹരണം 2100 ൽ ഫെബ്രുവരിക്ക് 28 ദിവസമാണ് ഉണ്ടാവുക. എന്നാൽ 2000 ൽ ഫെബ്രുവരിക്ക് 29 ദിവസങ്ങളുണ്ട്.(കാരണം കണ്ടെത്തുക)

കലണ്ടറിന്റെ ചരിത്രം

സഹസ്രാബ്ദങ്ങൾക്ക് മുമ്പ് തന്നെ ചിട്ടയായി ആകാശനിരീക്ഷണം നടത്തി വിവരങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്ന സമ്പ്രദായം ലോകത്ത് എല്ലാഭാഗത്തും ഉണ്ടായിരുന്നു. ഇന്ത്യയിലും ഇത്തരം നിരീക്ഷണങ്ങളിലൂടെ ഋതുക്കൾ, ഗ്രഹണങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ കൃത്യമായി പ്രവചിക്കാൻ ആവശ്യമായ കലണ്ടറിന് രൂപം കൊടുത്തു. ബാബിലോണിയക്കാർ ചന്ദ്രന്റെ വൃദ്ധിക്ഷയങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി കലണ്ടർ ഉണ്ടാക്കി. പൗർണ്ണമി മുതൽ പൗർണ്ണമി വരെ 29.53 ദിവസമായതിനാൽ അവരുടെ മാസങ്ങൾക്ക് ഒന്നിടവിട്ട് 29 ഉം 30 ഉം ദിവസങ്ങളായിരുന്നു. വർഷത്തിൽ 365.24 ദിവസമായതിനാൽ അവരുടെ വർഷങ്ങൾക്ക് ചിലപ്പോൾ 12 ഉം 13 ഉം മാസങ്ങൾ ഉണ്ടായിരുന്നു.

ക്രിസ്തുവർഷം 1582 ൽ ഗ്രിഗറി 13-ാമൻ മാർപ്പാപ്പ പരിഷ്കരിച്ച കലണ്ടറാണ് ഗ്രിഗേറിയൻ കലണ്ടർ.

മലയാളം കലണ്ടർ

ക്രിസ്തുവർഷം 825 ആഗസ്റ്റിലാണ് കൊല്ലവർഷം എന്നുപേരുള്ള മലയാളം കലണ്ടറിന്റെ തുടക്കം. രാശികളുടെ പേരുകളാണ് കൊല്ലവർഷത്തിലെ മാസങ്ങൾക്കു നൽകിയിരിക്കുന്നത്. സൂര്യൻ ഒരു രാശിയിൽ കടക്കുന്നതു മുതൽ ആ രാശിയിൽ നിന്നും പുറത്തേയ്ക്കു കടക്കുന്ന ദിവസം വരെയാണ് മാസത്തിന്റെ ദൈർഘ്യം. സൂര്യൻ എല്ലാ രാശികളും താണ്ടാനെടുക്കുന്ന സമയം തുല്യമല്ലാത്തതിനാൽ മലയാള മാസങ്ങൾക്ക് 28 മുതൽ 32 ദിവസം വരെ ദൈർഘ്യമുണ്ട്.

ജ്യോതിതി

- ജ്യോതിതിയുടെ ഉത്ഭവവും വളർച്ചയും തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.
- വിവിധ ജ്യോതിതീയ രൂപങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.
- വിവിധ ജ്യോതിതീയ രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നതിന്.

- വിവിധ ജ്യോമിതീയ രൂപങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ തിരിച്ചറിയുന്നതിന്.
- ജ്യോമിതീയ രൂപങ്ങൾ ചേർത്ത് വച്ച് വിവിധരൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നതിന്.

ജ്യോമിതിയുടെ ഉള്ളടക്കം

ചുറ്റുപാടുമുള്ള വസ്തുക്കളെ നിരീക്ഷിക്കുവാനും പ്രത്യേകതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാനും വർഗ്ഗീകരിക്കാനും കുട്ടിക്ക് അവസരം ലഭിക്കുന്നു. ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങൾ ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

- നോട്ടുബുക്കുകൾ
- നാണയങ്ങൾ
- സൈക്കിൾ ചക്രം
- വിവിധ ആകൃതിയിലുള്ള പേപ്പർ
- വിവിധ നീളത്തിലുള്ള ചരട്, നൂല്

ഇതുപോലെയുള്ള വസ്തുക്കളെ പ്രത്യേകതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗ്ഗീകരിച്ച് സമാന സ്വഭാവമുള്ളവയുടെ പേര് തിരിച്ചറിഞ്ഞ് വസ്തുക്കൾ ശേഖരിക്കുക, വരയ്ക്കുക, നിർമ്മിക്കുക, ചേർത്ത് വച്ച് രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുക തുടങ്ങിയ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്യാൻ കുട്ടിക്ക് കഴിയണം.

ഭൂമി എന്ന് അർത്ഥം വരുന്ന 'ജ്യ' എന്ന സംസ്കൃതപദവും അളവ് എന്ന് അർത്ഥം വരുന്ന 'മതി' എന്ന വാക്കും ചേർന്നാണ് ജ്യോമിതി എന്ന പദം രൂപം കൊണ്ടത്. ഭൂമിയിലെ അളവുകളെ സംബന്ധിക്കുന്ന ശാസ്ത്രമാണ് ജ്യോമിതി.

ടെക്സ്റ്റ് ബുക്ക്, ഹാൻഡ്ബുക്ക് ഇവ ഉപയോഗിച്ച് പഠനനേട്ടങ്ങൾ, ആശയങ്ങൾ, പഠനസാമഗ്രികൾ, വിനിമയ രീതി എന്നിവയുടെ പട്ടിക തയ്യാറാക്കേണ്ടതാണ്.

സംഖ്യാബോധം :

ക്ലാസ്സ് 1

പഠനനേട്ടം	പ്രധാന ആശയങ്ങൾ	വിനിമയരീതി	പഠനസാമഗ്രികൾ

1 മുതൽ 5 വരെയുള്ള, വിവിധ ക്ലാസ്സുകളിലെ, പാഠഭാഗങ്ങളെ, വ്യത്യസ്ത മേഖലകളുടെ, അടിസ്ഥാനത്തിൽ മുകളിലത്തെ പട്ടികയുടെ മാതൃകയിൽ പൂർത്തീകരിക്കേണ്ടതാണ്.

ഉദാഹരണം;

മേഖല : ജ്യോതിതി : ക്ലാസ് : 3

പഠനനേട്ടം	പ്രധാന ആശയങ്ങൾ	വിനിയമരീതി പഠനബോധന പ്രക്രിയ	പഠനസാമഗ്രികൾ
ചുറ്റുപാടുമുള്ള രൂപങ്ങളിൽ നിന്നും ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം ഇവ തിരിച്ചറിയുന്നു.	ചതുരം ത്രികോണം വട്ടം	ചുറ്റുപാടിൽ നിന്നും ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം എന്നീ രൂപങ്ങൾ ശേഖരിക്കുന്നു. ഈ രൂപങ്ങളിൽ നിന്നും ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം, ഇവ തിരിച്ചറിയുന്നു.	ചതുരം ത്രികോണം വട്ടം (വിവിധ വലുപ്പത്തിലുള്ളത്)
ചതുരം ത്രികോണം വട്ടം ഇവ ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുകയും വരയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.	ചതുരം ത്രികോണം വട്ടം	ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം എന്നീ രൂപങ്ങൾ ചേർത്തു വച്ച് മനോഹരമായ രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു. വരയ്ക്കുന്നു.	ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം എന്നിവയുടെ വിവിധ രൂപങ്ങൾ

മേഖല : സംഖ്യാബോധം : ക്ലാസ് : 3

പഠനനേട്ടം	പ്രധാന ആശയങ്ങൾ	വിനിയമരീതി പഠനബോധന പ്രക്രിയ	പഠനസാമഗ്രികൾ
999 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ വായിക്കുന്നു.	99 നോട് 1 കൂട്ടുമ്പോൾ 100 കിട്ടുന്നു. 10 പത്തുകൾ ചേർന്നാൽ 100, 10 നൂറുകൾ ചേർന്നാൽ 1000 ചെറിയ മൂന്നക്ക സംഖ്യ 100, വലിയ മൂന്നക്ക സംഖ്യ 999	കളിനോട്ടുകളോ, ചിത്രങ്ങളോ, സംഖ്യാകാർഡുകളോ, ഉപയോഗിച്ച് 99 നോട് 1 ചേർന്നാൽ 100 ആകുമെന്നും, തുടർന്ന് വരുന്ന സംഖ്യകൾ 101, 102..... എന്നിവയെ വായിക്കുകയും എഴുതുകയും ചെയ്യുന്നു. വ്യത്യസ്ത പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ ഒരു മൂന്നക്ക സംഖ്യയുടെ മുൻപിൻ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തി വായിക്കുന്നു.	കളിനോട്ടുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ സംഖ്യാകാർഡുകൾ

വിലയിരുത്തൽ

സംഖ്യാബോധം, ചതുഷ്ക്രിയകൾ, അളവുകൾ, ജ്യോമിതി, സമയം എന്നീ മേഖലകളുടെ വിവിധ ക്ലാസ്സുകളിലെ പഠനനേട്ടങ്ങൾ, ആശയങ്ങൾ, പഠനബോധനപ്രക്രിയകൾ, പഠനസാമഗ്രികൾ എന്നിവയുടെ കുറിപ്പ് തയ്യാറാക്കുക.

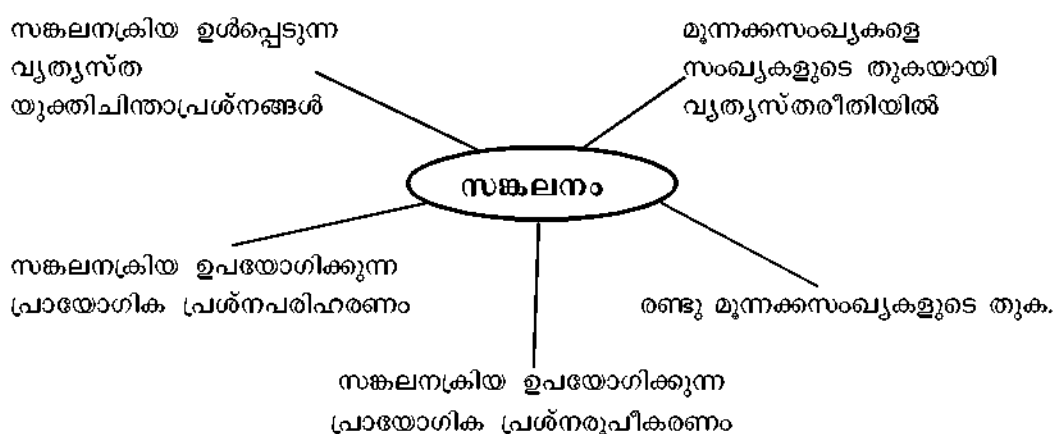
ഏതാനും മേഖലകളുടെ പഠനനേട്ടങ്ങൾ ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

സംഖ്യാബോധം Std – 3

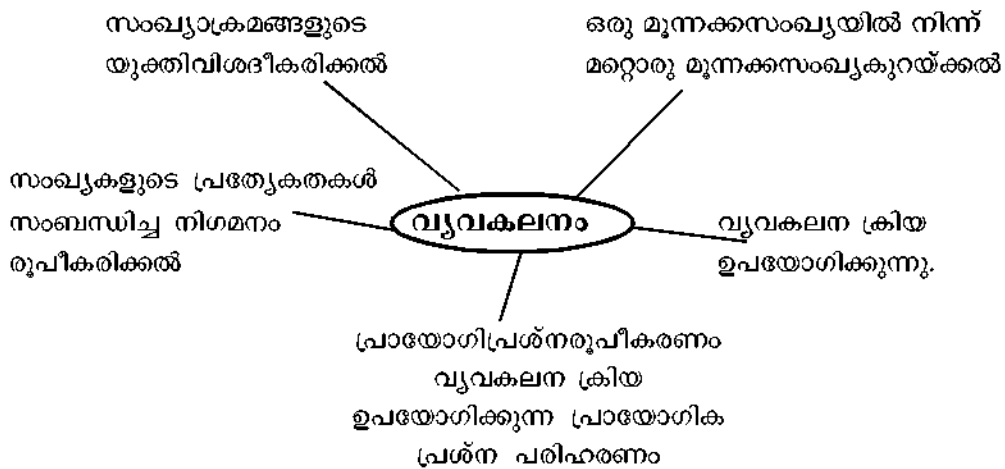


ചതുഷ്ക്രിയകൾ

സങ്കലനം Std – 3



വ്യവകലനം Std – 3



ഗുണനം Std – 3



ആശയങ്ങളുടെ, വളർച്ചയും തുടർച്ചയും പരസ്പരബന്ധവും

ഗണിതത്തിലെ ആശയങ്ങൾ ശ്രേണീബന്ധിതമാണ്. സംഖ്യാബോധം നേടാത്ത കുട്ടികൾക്ക് സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ക്രിയകൾ ചെയ്യാൻ പ്രയാസം നേരിടുന്നു. ഗണിതാശയങ്ങൾ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഏതൊരാശയവും രൂപീകരിക്കണമെങ്കിൽ അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റ് ചില ആശയങ്ങൾ നേടണം. അതോടൊപ്പം ആശയങ്ങളുടെ തുടർച്ചയായി മറ്റ് ആശയമേഖലകൾ കണ്ടെത്താനും ആശയങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര ബന്ധം കണ്ടെത്താനും കഴിയണം. ഗണിതപഠനം സുഗമമായി ക്ലാസ്റൂമിൽ നടപ്പാക്കുന്നതിന്, ഗണിതാശയങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം കണ്ടെത്തേണ്ടത് അനിവാര്യമാണ്.

സംഖ്യാബോധം, ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ജ്യോമിതീയരൂപങ്ങൾ, അളവുകൾ, സമയം എന്നിങ്ങനെ ഓരോ മേഖലയുടെയും വളർച്ച കണ്ടെത്തേണ്ടതാണ്.

ഒന്നു മുതൽ അഞ്ചുവരെയുള്ള ടെക്സ്റ്റ് ബുക്ക്, ഹാൻഡ് ബുക്ക്, എന്നിവയുടെ സഹായത്താൽ, ഓരോ മേഖലയുടേയും തുടർച്ചയും വളർച്ചയും പഠനനേട്ടങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി വ്യാപ്തി വിശകലനം ചെയ്ത് കുറിപ്പു തയ്യാറാക്കുക.

ഒന്നാം ക്ലാസ്സ് മുതൽ അഞ്ചാം ക്ലാസ്സ് വരെയുള്ള സംഖ്യാബോധത്തിന്റെ വളർച്ച കോടി വരെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ എത്തുന്നത് അഞ്ചാം ക്ലാസ്സിലാണ്.

Std I	-	(1 – 20 വരെ)
Std II	-	(1 – 99 വരെ)
Std III	-	(1 – 999 വരെ)
Std IV	-	(1 – 9999 വരെ)
Std V	-	(ലക്ഷം, പത്തുലക്ഷം, കോടി)

മറ്റുമേഖലകളുടെയും പഠനനേട്ടങ്ങളുടെ വളർച്ച മുകളിലത്തേതുപോലെ വിശകലനം ചെയ്ത് കണ്ടെത്തേണ്ടതാണ്.

ശേഷികളുടെ പരസ്പരബന്ധം

ഒന്നു മുതൽ അഞ്ചു വരെ ക്ലാസ്സുകളിലെ വിവിധ ഗണിത ശേഷികളെ മേഖലകളായി തിരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒന്ന്, രണ്ട്, ക്ലാസ്സുകളിൽ ഉദ്ഗ്രഥിത സമീപനമാണ്. ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധത്തിൽ ഒന്നു മുതൽ അഞ്ചുവരെ ക്ലാസ്സുകളിലെയും പഠനനേട്ടങ്ങൾ പരിഗണിക്കേണ്ടതാണ്.

സംഖ്യാബോധം എന്ന മേഖലയിൽ ക്ലാസ്സ് 1 മുതൽ ക്ലാസ്സ് 5 വരെയുള്ള ബന്ധം ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

Class – I

1-20 സംഖ്യകൾ
വലുത്, ചെറുത്,
ആരോഹണ ക്രമം
അവരോഹണ ക്രമം

Class – II

1 മുതൽ 99 വരെ സംഖ്യകൾ
സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനവില
ആരോഹണ ക്രമം
അവരോഹണ ക്രമം
സംഖ്യകളുടെ വ്യാഖ്യാനം

Class – III

1 മുതൽ 999 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ
 സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനവില
 ആരോഹണ ക്രമം
 അവരോഹണ ക്രമം
 സംഖ്യകളുടെ വ്യാഖ്യാനം

Class - IV

1 മുതൽ 9999 സംഖ്യകൾ
 സംഖ്യകളുടെ സ്ഥാനവില
 ആരോഹണ ക്രമം
 അവരോഹണ ക്രമം
 സംഖ്യകളുടെ വ്യാഖ്യാനം

Class – V

ലക്ഷം, പത്തുലക്ഷം, കോടി
 തുടങ്ങിയ വലിയ സംഖ്യകളെ
 അക്കങ്ങളുടെ എണ്ണം അടിസ്ഥാനമാക്കി
 വായിക്കാനും എഴുതാനും കഴിയുന്നു.
 വലിയ സംഖ്യകളുടെ ആരോഹണക്രമം
 അവരോഹണക്രമം
 സംഖ്യകളുടെ വ്യാഖ്യാനം

ഓരോ ക്ലാസ്സിലും നിർദ്ദേശിച്ചിരിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ എഴുതുന്നതിനും, വായിക്കുന്നതിനും അവ പ്രയോഗിക്കുന്നതിനുമുള്ള നിരവധി, ജീവിതാനുഭവങ്ങൾ പരിശീലിച്ചാൽ മാത്രമേ ആശയരൂപീകരണം ശരിയായ രീതിയിൽ എത്തുകയുള്ളൂ. സംഖ്യകളുടെ വലുപ്പം മനസ്സിലാക്കി, ഉയർന്ന ശേഷികൾ നേടുന്നതിനുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങളിലൂടെ ലക്ഷം, പത്തുലക്ഷം, കോടി തുടങ്ങിയ വലിയ സംഖ്യകളുടെ ആശയങ്ങൾ രൂപപ്പെടുന്നു. വലിയ സംഖ്യകൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെ സ്ഥാനത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി സംഖ്യകൾ എഴുതുന്നതിലെ സൗകര്യം തിരിച്ചറിയാനും, ഗണിതാസ്വാദനത്തിന്റെ ഉയർന്നതലങ്ങളിലെത്തിക്കുവാനും കഴിയുന്നു.

ശേഷികളുടെ തുടർച്ചയും വളർച്ചയും

ഒന്നു മുതൽ അഞ്ചു വരെയുള്ള ക്ലാസ്സുകളിലെ വിവിധ ഗണിത ശേഷികളെ മേഖലകളായി തരംതിരിക്കുമ്പോൾ അവയുടെ തുടർച്ചയും വളർച്ചയും എത്രമാത്രം പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നുവെന്ന് ബോധ്യമാകുന്നതാണ്. ഉദാഹരണമായി, സംഖ്യാബോധം എന്ന മേഖലയിലെ ശേഷികൾ വിശകലനം ചെയ്ത് മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ട്.

Std I	-	I-10
Std II	-	I-99
Std III	-	I-999
Std IV	-	I-9999

ഇതുപോലെ മറ്റു മേഖലകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ശേഷികൾ, ഓരോ ക്ലാസ്സിലെയും പഠനനേട്ടങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് വിശകലനം ചെയ്യേണ്ടതാണ്.

പഠനനേട്ടങ്ങളുടെ ചാക്രിയത

ഗണിതപഠനത്തിൽ പഠനനേട്ടങ്ങൾ ചാക്രിയ സമീപനത്തിലധിഷ്ഠിതമാണ്. സംഖ്യാ ബോധം എന്ന മേഖലയിൽ മാത്രം ആദ്യത്തെയോ രണ്ടാമത്തെയോ യൂണിറ്റു കളിൽ ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ജ്യോമിതീയ രൂപങ്ങൾ, അളവുകൾ തുടങ്ങി മറ്റെല്ലാ മേഖല കളിലും, വ്യത്യസ്ത യൂണിറ്റുകളിലായി, പഠനനേട്ടങ്ങൾ ഓരോ ക്ലാസ്സിലും നിർദ്ദേശിച്ചിരിക്കുന്നു. പഠനനേട്ടങ്ങളുടെ കാഠിന്യമനുസരിച്ച് പല യൂണിറ്റുകളിലായി ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നതിനാൽ ഗണിതപഠനം അർത്ഥപൂർണ്ണമാകുന്നു.

Std. 3-ലെ വ്യത്യസ്തമേഖലകളുടെ പഠനനേട്ടങ്ങൾ ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. സംഖ്യാബോധം (യൂണിറ്റ് 1)

- 999 വരെയുള്ള സംഖ്യകൾ വായിക്കുന്നു.
- 999 വരെയുള്ള സംഖ്യകളെ വ്യത്യസ്തരീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.
- മൂന്നക്കസംഖ്യയെ സ്ഥാനവിലയ്ക്കനുസരിച്ച് പിരിച്ചെഴുതുന്നു.
- മൂന്നക്കങ്ങളുപയോഗിച്ച് വ്യത്യസ്തമായ മൂന്നക്കസംഖ്യകളുണ്ടാക്കുന്നു.
- മൂന്നക്കസംഖ്യകളിൽ വലുത് ചെറുത് കണ്ടെത്തുന്നു.
- മൂന്നക്കസംഖ്യകളെ ആരോഹണ അവരോഹണ ക്രമത്തിൽ ക്രമീകരിക്കുന്നു.
- സ്ഥാനത്തെ സൂചിപ്പിക്കാൻ സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- മൂന്നക്കസംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് സംഖ്യാപരമായ പ്രയോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.
- സംഖ്യാക്രമങ്ങളിലെ യുക്തി വിശദീകരിക്കുകയും പുതിയ സംഖ്യാക്രമത്തിൽ കണ്ടെത്തുകയും ചെയ്യുന്നു.

ചതുഷ്ക്രിയകൾ

സങ്കലനം (യൂണിറ്റ് 2)

- ഒരു സംഖ്യയെ വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളുടെ തുകയായി വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ എഴുതുന്നു.
- ഒരു മൂന്നക്ക സംഖ്യയോട് മറ്റൊരു മൂന്നക്ക സംഖ്യ കൂട്ടുന്നതിനുള്ള രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് സങ്കലനക്രിയ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളുടെ പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന്റെ വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- സംഖ്യാക്രമങ്ങളുടെ യുക്തി വിശദീകരിക്കുന്നു.

വ്യവകലനം (യൂണിറ്റ് 3)

- ഒരു സംഖ്യയിൽ നിന്ന് മറ്റൊരു സംഖ്യ കുറയ്ക്കുന്നതിനുള്ള രീതികൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് വ്യവകലന ക്രിയ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന്റെ വ്യത്യസ്തരീതികൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- വ്യവകലന ക്രിയകളുടെ ഉത്തരം ശരിയാണോയെന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതിനുള്ള രീതി സമർത്ഥിക്കുന്നു.
- സംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ സംബന്ധിച്ച് നിഗമനങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- സംഖ്യാക്രമങ്ങളുടെ യുക്തി വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഗുണനം (യൂണിറ്റ് 5,7)

- പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിലൂടെ ഗുണന വസ്തുതകൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് ഗുണനവസ്തുതകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- പ്രശ്നപരിഹാരണത്തിന് ഗുണനക്രിയ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- ഗുണനവസ്തുതകൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- ഗുണനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തി വിശദീകരിക്കുന്നു.

ഹരണം (യൂണിറ്റ് 9)

- ഒരു നിശ്ചിത എണ്ണത്തെ തുല്യമായ കൂട്ടങ്ങളാക്കി മാറ്റുന്നതിന് ഹരണക്രിയ ഉപയോഗിക്കുന്നു. (ആവർത്തന വ്യവകലനം)
- ഹരണക്രിയയെ വ്യത്യസ്തരീതികളിൽ വിശദീകരിക്കുന്നു. (ആവർത്തനവ്യവകലനം, കൂട്ടങ്ങളാക്കൽ, തുല്യമായി വീതിക്കൽ)
- ഹരണ ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നതിനുള്ള വ്യത്യസ്ത വഴികൾ വിശദീകരിക്കുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഹരണക്രിയ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- ഹരണക്രിയയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സംഖ്യാബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തി വിശദീകരിക്കുന്നു.

ജ്യാമിതീയരൂപങ്ങൾ (യൂണിറ്റ് 4)

- ചുറ്റുപാടുമുള്ള രൂപങ്ങളിൽ നിന്നും ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം, ഇവ തിരിച്ചറിയുന്നു.

- ചതുരം, ത്രികോണം, വട്ടം, ഇവ ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുകയും വരയ്ക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.
- സൂക്ഷ്മതയോടെയും, കൃത്യതയോടെയും അളവുകൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നു.
- ടാൻ ഗ്രാം കഷണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു.
- ത്രിമാന രൂപങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

സമയം (യൂണിറ്റ് 6)

- വാച്ച്, ക്ലോക്ക്, ഇവ നോക്കി സമയം പറയുന്നു.
- സമയം കണക്കാക്കുന്നതിനുള്ള ഒരു യൂണിറ്റാണ് മണിക്കൂർ.
- നിശ്ചിത സമയങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള സമയദൈർഘ്യം കണക്കാക്കുന്നു.
- മണിക്കൂർ, മിനിറ്റ്, ഇവയുടെ പരസ്പരബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു.
- സമയവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യുന്നതിന് ടൈം ടേബിൾ, കലണ്ടർ എന്നിവ നിർമ്മിക്കുന്നു.
- കലണ്ടർ നോക്കി, ഇംഗ്ലീഷ്, മലയാളം, മാസങ്ങളിലെ തീയതികൾ, വിശേഷ ദിവസങ്ങൾ എന്നിവ കണ്ടെത്തുന്നു.

അളവുകൾ (യൂണിറ്റ് 8)

നീളം

- നീളം അളക്കുന്ന യൂണിറ്റാണ് മീറ്റർ
- ചെറിയ നീളം അളക്കുന്നതിന് സെന്റീമീറ്റർ ഉപയോഗിക്കുന്നു.
- നീളത്തിന്റെ യൂണിറ്റുകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു.
- മീറ്റർ, സെന്റീമീറ്റർ, ടേപ്പ്/സ്കെയിൽ ഇവ ഉപയോഗിച്ച് നീളം കൃത്യമായി അളക്കുന്നു.
- നീളം അളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.

ഉള്ളളവ്

- ഉള്ളളവിന്റെ യൂണിറ്റുകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു. (മില്ലീലിറ്റർ, ലിറ്റർ)
- അളവ് പാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ഉള്ളളവ് കൃത്യമായി അളക്കുന്നു.
- ഉള്ളളവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.

ഭാരം (യൂണിറ്റ് 10)

- ഭാരം കണ്ടെത്താനുള്ള വിവിധ ഉപകരണങ്ങൾ പരിചയപ്പെടുന്നു.
- ഭാരത്തിന്റെ യൂണിറ്റുകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം വിശദീകരിക്കുന്നു. (ഗ്രാം/കിലോഗ്രാം)
- ത്രാസ് ഉപയോഗിച്ച് കൃത്യമായി ഭാരം അളക്കുന്നു.
- ഭാരവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനം

ഓരോ ക്ലാസ്സിലെയും വ്യത്യസ്ത മേഖലകളുടെ തുടർച്ചയും വളർച്ചയും, പഠനനേട്ടങ്ങൾ പരിശോധിച്ചു കണ്ടെത്തുക. പഠനനേട്ടങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ, ആശയ വിശകലനം നടത്തി, ഗണിതപഠന സമീപനത്തിനനുസരിച്ച് വിവിധ യൂണിറ്റുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ തയ്യാറാക്കുക.
