ഡിപ്ലോമ ഇൻ എഡ്യൂക്കേഷൻ (D.Ed)

എലിമെന്ററി അധ്യാപക വിദ്യാഭ്യാസ പാഠ്യപദ്ധതി 2014

അധ്യാപക സഹായി

സെമസ്റ്റർ - III

$S_3.P_{19}$(a) ഗണിതപഠനവും ബോധനവും

കേരളസർക്കാർ
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്

തയാറാക്കിയത്
സംസ്ഥാന വിദ്യാഭ്യാസ ഗവേഷണ പരിശീലന സമിതി (SCERT), കേരളം
2014

സെമസ്റ്റർ 3

പേപ്പറിന്റെ നമ്പർ	പേപ്പറിന്റെ പേര്
S_3P_{19}	ഗണിശാത്രപഠനവും ബോധനവും

സ്കോർ : 20
ആകെ സമയം : 80 മണിക്കൂർ
ഒരു ആഴ്ചയിലെ സമയം : 4 മണിക്കൂർ

ഉള്ളടക്കം

യൂണിറ്റ് 1
ഗണിതവും യുക്തി ചിന്തയും

(സമയം : 12 മണിക്കൂർ)

ഉള്ളടക്കം

1.1 ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ ഘടന

- ഗണിതാശയങ്ങൾ
- ഗണിത തത്വങ്ങൾ
- ഗണിത സിദ്ധാന്തങ്ങളും തെളിവുകളും
- ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ
- ഗണിതാശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധം

1.2 സാമാന്യവൽക്കരണ പ്രക്രിയ

- പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ
- പാറ്റേൺ രൂപീകരിക്കൽ
- ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം

1.3 ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിലൂടെ നേടുന്ന മൂല്യങ്ങൾ

- പ്രായോഗികമൂല്യം
- ബുദ്ധിപരമായമൂല്യം
- മനഃശിക്ഷണമൂല്യം
- ദേശീയ അന്തർദേശീയമൂല്യം
- തൊഴിൽപരമായമൂല്യം
- സാംസ്കാരികമൂല്യം
- സാമൂഹികമൂല്യം

1.4 ഗണിത പ്രശ്നങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണപ്രക്രിയ
ഗണിതത്തിന്റെ സർഗ്ഗാത്മക ചിന്ത
പ്രശ്നനിർധാരണ തന്ത്രങ്ങൾ

- Make a table
- Make an organised list
- Look for a pattern
- Guess and Check
- Draw a picture or graph
- Work backwords
- Try a simpler form of a problem

ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ

ഈ യൂണിറ്റുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ബോധനോദ്ദേശ്യങ്ങൾ ചുവടെ നൽകുന്നു. പ്രൈമറിതലത്തിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത്:

- ഗണിത പഠനത്തിൽ യുക്തിചിന്തയുടെ പ്രാധാന്യം തിരിച്ചറിയുന്നു.
- ഗണിതാശയങ്ങൾ, തത്വങ്ങൾ, സിദ്ധാന്തങ്ങളും തെളിവുകളും എപ്രകാരമാണ് സമന്വയിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതെന്ന് ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ സമർത്ഥിക്കുന്നു.
- പ്രൈമറിതലത്തിലെ ഗണിത ആശയങ്ങൾ എങ്ങിനെ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്ന് ഉള്ളടക്കം വിശകലനം നടത്തി മനസ്സിലാക്കുന്നു.
- യുക്തിപരമായ രീതയിൽ പാറ്റേണുകൾ കണ്ടെത്തിയും രൂപീകരിച്ചും സമാന്യവൽക്കരണത്തിൽ എത്തുന്നതെങ്ങനെയാണെന്ന് പ്രവർത്തനാത്മമായി കണ്ടെത്തുന്നു.
- ആഗമനരീതിയിലൂടെ ഗണിത തത്വങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നത് ഉദാഹരണത്തിലൂടെ സമർതഥിക്കുന്നു.
- ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ നേടുന്ന വിവിധ മൂല്യങ്ങളെക്കുറിച്ച് ധാരണ കൈവരിക്കുന്നു.
- വിവിധ തരത്തിലുള്ള ഗണിത പ്രശ്നങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് ഓരോ പ്രശ്നത്തിലും അനുയോജ്യമായ പ്രശ്ന്നനിർധാരണ രീതികൾ ഉണ്ടെന്ന് തിരിച്ചറിയുന്നു.
- പ്രൈമറിതലത്തിലെ ഗണിത പഠനത്തിലൂടെ സർഗ്ഗാത്മക ചിന്ത വളർത്തി എടുക്കുന്നതിനുള്ള സാധ്യതകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.

പ്രാധാന്യം

ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ യുക്തിചിന്ത വികസിപ്പിക്കാനും കാര്യകാരണബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്താനും പ്രൈമറി തലത്തിൽ പഠിതാവിന് കഴിയേണ്ടതുണ്ട്. അത് സാധ്യമാകുന്നതിന് അനുഗുണമായ രീതിശാസ്ത്രം എന്താണെന്നും അധ്യാപകവിദ്യാർത്ഥി മനസ്സിലാക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ഗണിതത്തിലെ ആശയങ്ങളും തത്വങ്ങളും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടുള്ളതാണ്. ആശയങ്ങളുടേയും തത്വങ്ങളുടേയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ രൂപപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള സിദ്ധാന്തങ്ങൾ യുക്തിപരമായി തെളിയിക്കുന്നതിലൂടെ പ്രശ്നനിർധാരണത്തിനും സാമാന്യവൽക്കരണത്തിനും ധാരാളം അവസരങ്ങൾ അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥി കണ്ടെത്തുന്നതും വികസിപ്പിക്കുന്നതും ഏറെ പ്രധാന്യം അർഹിക്കുന്നു.

ജീവിതവിജയത്തിന് മൂല്യങ്ങൾ കൈവരിക്കേണ്ടത് അത്യന്താപേക്ഷിതമാണ്. ഒട്ടേറെ മൂല്യങ്ങൾ ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ കൈവരിക്കാൻ സാധിക്കും. അതിനുള്ള അവസരങ്ങൾ എങ്ങിനെയൊക്കെ അകാമെന്നും ഏതൊക്കെ മൂല്യങ്ങൾ കൈവരിക്കുന്നതിനാണ് ഊന്നൽ നൽകേണ്ടതെന്നും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾ ബോധ്യപ്പെടേണ്ടതുണ്ട്.

ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ സർഗ്ഗാത്മകചിന്ത കുട്ടികളിൽ വളരേണ്ടതുണ്ട്. ആയതിനാൽ സർഗ്ഗാത്മകചിന്ത പരിപോഷിപ്പിക്കുന്ന തരത്തിലുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഗണിതപഠനത്തിൽ വളരെ പ്രാധാന്യം അർഹിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ കണ്ടെത്താനും പുതുതായി തയാറാക്കാനും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥിക്ക് കഴിയേണ്ടതുണ്ട്.

പാഠഭാഗത്തിന്റെ വിശകലനം

6 മുതൽ 8 വരെ ക്ലാസുകളിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകത്തിൽ ഓരോ പാഠഭാഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടുള്ള ഗണിതാശയങ്ങൾ, തത്വങ്ങൾ, സിദ്ധാന്തങ്ങളും തെളിവുകളും, പ്രശ്നങ്ങൾ, ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധം എന്നിവ വിശകലനം ചെയ്യുന്ന പ്രവർത്തനമാണ് ആദ്യം നടക്കേണ്ടത്. ഓരോ പാഠഭാഗത്തിനേയും ഇത്തരത്തിൽ വിശകലനം ചെയ്യുമ്പോഴാണ് പാഠഭാഗത്തെക്കുറിച്ചുള്ള സമഗ്രമായ കാഴ്ചപ്പാട് അദ്ധ്യാപകവിദ്യാർത്ഥിക്ക് ലഭിക്കുന്നത്.

ഉദാ:- ഏഴാം ക്ലാസിലെ അദ്ധ്യായം 2 'സമാന്തരവരകൾ' എന്ന പാഠഭാഗം പരിഗണിക്കുക ഈ പാഠഭാഗത്ത് ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ചില ആശയങ്ങളും തത്വങ്ങളും നോക്കൂ.

- ഒരേ അകലം പാലിക്കുന്ന ഒരിക്കലും കൂട്ടിമുട്ടാത്ത വരകളാണ് സമാന്തരവരകൾ.
- എതിർവശങ്ങൾ സമാന്തരങ്ങളായ ചതുർഭുജമാണ് സാമാന്തരികം.
- സമാന്തരമായ രണ്ടു വരകളെ മറ്റൊരു വര മുറിച്ചു കടക്കുമ്പോൾ ഒരേ സ്ഥാനത്തുള്ള 4 ജോടി കോണുകളാണ് സമാന്തരകോണുകൾ
- സമാന്തരമായ രണ്ടുവരകളെ മറ്റൊരുവര മുറിച്ചുകടക്കുമ്പോൾ വിപരീതസ്ഥാനത്തുവരുന്ന 4 ജോടി കോണുകഃാണ് മറുകോണുകൾ.
- രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരുവര മുറിക്കുമ്പോൾ, മുറിക്കുന്ന വരയുടെ ഒരു ഭാഗത്തും സമാന്തരവരകൾക്കുള്ളിലുമായിവരുന്ന കോണുകളാണ് ആന്തരസഹകോണുകൾ.
- രണ്ടു സമാന്തരവരകളെ മറ്റൊരുവര മുറിക്കുമ്പോൾ, മുറിക്കുന്നവരയുടെ ഒരു ഭാഗത്തും സമാന്തരവരകളുടെ ബാഹ്യഭാഗത്തുമായിവരുന്ന കോണുകളാണ് ബാഹ്യസഹകോണുകൾ.
- ഒരു വരയ്ക്ക് ലംബമായി രണ്ടു വരകൾ വരച്ചാൽ ലംബമായി വരച്ച വരകൾ സമാന്തരമായിരിക്കും.
- സാമാന്തരികത്തിന്റെ എതിർശീർഷകോണുകൾ തുല്യമായിരിക്കും.
- 4 ജോടി സമാനകോണുകളിൽ ഓരോ ജോടി കോണുകളും തുല്യമായിരിക്കും.
- 4 ജോടി മറുകോണുകളിൽ ഓരോ ജോടി കോണുകളും തുല്യമായിരിക്കും.
- ആന്തരസഹകോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങൾ ആയിരിക്കും.
- ബാഹ്യസഹകോണുകളുടെ തുക 180^0 ആയിരിക്കും.
- ഏത് ത്രികോണത്തിന്റെയും മൂന്നുകോണുകളുടെ തുക 180^0 ആയിരിക്കും.

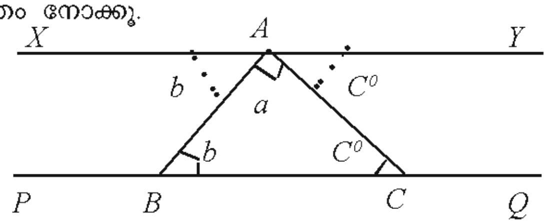
മുകളിൽ വിവരിച്ച ആശയങ്ങളും തത്വങ്ങളും ഉൾപ്പെട്ടുവരുന്ന സിദ്ധാന്തങ്ങളും തെളിവുകളും കൂടി നമുക്ക് പരിശോധിക്കാം.

സിദ്ധാന്തങ്ങളും തെളിവുകളും

ഏതു ത്രികോണത്തിലേയും കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180^0 ആണ്.

സമാന്തരവരകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതത്വങ്ങൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്തി ഒരു ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180^0 ആണെന്ന് എങ്ങനെയാണ് തെളിയിക്കുക?

താഴെ കൊടുത്ത ചിത്രം നോക്കൂ.



ചിത്രത്തിൽ XY // PQ

ΔABC യിൽ $\angle BAC = a^0$, $\angle ABC = c^0$,

$a^0 + b^0 + c^0 = 180$ എന്നു തെളിയിക്കണം, എങ്ങനെ?

$\angle ABC = \angle BAX = b^0$ (ആന്തര സഹകോണുകൾ)

$\angle BCA = \angle CAY = c^0$ (ആന്തര സഹകോണുകൾ)

$\angle BAC + \angle BAX + \angle CAY = a^0 + b^0 + c^0 = 180$ (ഒരു രേഖയിലെ കോൺ)

ΔABC യിലെ കോൺ അളവുകളുടെ തുക 180^0

പ്രവർത്തനം

6, 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകത്തിലെ ജ്യാമിതിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠഭാഗങ്ങളിലെ സിദ്ധാന്തങ്ങളും, തെളിവുകളും കണ്ടെത്തുക.

അവതരണം, ചർച്ച, ക്രോഡീകരണം

ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾ

നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കാനുള്ള ഒരു ടൂൾ ആണ് ഗണിതം. ഇത്തരം പ്രശ്ന പരിഹരണത്തിന് ക്ലാസിൽ അവസരം ഉണ്ടാകണം. അവ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ഈ ആശയങ്ങൾ, തത്വങ്ങൾ സിദ്ധാന്തങ്ങൾ ഇവ പ്രയോജനപ്പെടുത്തുകയും വേണം. അതുവഴി പ്രശ്നപരിഹരണശേഷി വികസിക്കുയും അതൊടൊപ്പം തന്നെ ഗണിതാശയങ്ങൾ സിദ്ധാന്തങ്ങൾ എന്നിവയുടെ പൂർണമായ ധാരണ കൈവരിക്കുകയും ചെയ്യും.

ഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾ സ്വയം ചെയ്യുന്നതിന് വിദ്യാർത്ഥികളെ പ്രാപ്തരാക്കേണ്ടതുണ്ട്. കുട്ടിപഠിച്ച തത്വങ്ങൾ പുതിയ സന്ദർഭങ്ങളിൽ പ്രയോഗിക്കാനുള്ള കഴിവ് നേടണമെങ്കിൽ നൂതനപ്രശ്നങ്ങളുടെ അപഗ്രഥനം കൂടിയേ തീരൂ. നത്യജീവിതത്തിൽ നേരിടേണ്ടിവരുന്ന പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണത്തിൽ പഠിച്ച തത്വങ്ങളും ഗണിതാശയങ്ങളും ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരും. ഗണിതശാസ്ത്രതത്വങ്ങളെ ജീവിതവുമായി ബന്ധിപ്പിക്കുന്നതും അവ പഠിക്കുന്നതിന്റെ ആവശ്യം പ്രകടമാകുന്നതും പ്രശ്നങ്ങളിലൂടെയാണ്.

പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ വേഗത്തിലും സൂക്ഷ്മതയോടുംകൂടി ചെയ്യണമെങ്കിൽ പഠിച്ച തത്വം ഏതവസരത്തിലും പരസ്പര ബന്ധിതമായി ഓർമ്മിച്ചെടുത്ത് വേഗത്തിൽ പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാൻ കഴിയണം.

താഴെ പറയുന്ന രീതയിലാവണം പ്രശ്നങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടത്.

- പ്രശ്നങ്ങൾ പ്രായോഗികജീവിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതായിരിക്കണം.
- പ്രശ്നങ്ങൾ ലളിതവും വ്യക്തവുമായിരിക്കണം
- പഠിച്ച തത്വങ്ങളും ആശയങ്ങളും പ്രയോഗിക്കുന്നതിനുള്ള അവസരം ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ഭിന്നനിലവാരമുള്ള കുട്ടികളെ പരിഗണിക്കുന്ന രീതിയിൽ പ്രശ്നങ്ങൾ തെരഞ്ഞെടുക്കണം.

ഗണിതായങ്ങളുടെ ബന്ധം

ഗണിതാശങ്ങൾ പരസ്പരബന്ധിതമാണ്. ഒരു ഗണിതാശയത്തിൽ നിന്നാണ് അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റൊരു ആശയം രൂപപ്പെടുന്നത്.

ഉദാ:- ഏതു ത്രികോണത്തിലേയും കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180^0 ആണ് എന്ന തത്വരൂപീകരണത്തിന്, സമാന്തരവരകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ, എതിർകോണുകൾ തുല്യമാണ്, രേഖീയജോടികൾ അനുപൂരകങ്ങളാണ് എന്നീ ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ട് എന്ന് കാണാം.

പ്രവർത്തനം

6, 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠഭാഗങ്ങൾ പരിശോധിച്ച്, പ്രശ്നങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുക.

1. പ്രായോഗിക ജീവിതവുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
2. പ്രശ്നനിർധാരണത്തിന് ഉപയോഗിക്കുന്ന ആശയങ്ങൾ, തത്വങ്ങൾ/സിദ്ധാന്തങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ
3. ക്രമാനുഗതമായ പ്രശ്നവിശകലനം.

പ്രവർത്തനം

ഗണിതാശയങ്ങൾ പരസ്പര ബന്ധിതമാണ് എന്നതിന് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ 6, 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് കണ്ടെത്തുക.

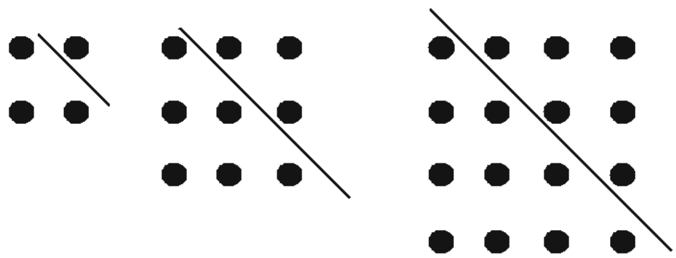
സാമാന്യവത്ക്കരണപ്രക്രിയ

- പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ
- പാറ്റേൺ രൂപീകരിക്കൽ
- ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം

സാമാന്യവത്കരണ പ്രക്രിയയിലൂടെയാണ് പ്രൈമറി ക്ലാസുകളിലെ മിക്ക ഗണിതാശയങ്ങളും രൂപീകരിക്കപ്പെടുന്നത്. ഗണിതപഠനത്തിൽ സാമാന്യവത്കരണത്തിന് വളരെയധികം പ്രാധാന്യമുണ്ട്. പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ, പാറ്റേൺരൂപീകരണം, ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം എന്നിവയാണ് സാമാന്യവത്ക്കരണ പ്രക്രിയയുടെ ഘടകങ്ങൾ.

പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ

ഉദാഹരണം: സ്റ്റാന്റേർഡ് 7 ലെ വർഗവും വർഗമൂലവും എന്ന പാഠഭാഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു പാറ്റേൺ ശ്രദ്ധിക്കൂ.



ഓരോ സമചതുരത്തെയും രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളാക്കിയിട്ടുണ്ട്. ഈ കണ്ടത് സംഖ്യകളായി എഴുതിനോക്കാം.

$4 = 1 + 3$

$9 = 3 + 6$

16 = 6 + 10

ഇത് തുടർന്നും ശരിയാണോ എന്നു നോക്കൂ.

1 കഴിഞ്ഞുള്ള പൂർണവർഗങ്ങൾ (സമചതുരസംഖ്യകൾ) എല്ലാം അടുത്തടുത്ത രണ്ടു ത്രികോണസംഖ്യകളുടെ തുകയാണ്.)

പാറ്റേൺ രൂപീകരണം.

ഉദാഹരണം സ്റ്റാന്റേർഡ് 8 ലെ ബീജഗണിതം എന്ന പാഠഭാഗവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു പാറ്റേൺ രൂപീകരണം.

1, 2, 3, 4 ... എന്ന എണ്ണൽ സംഖ്യാ ശ്രേണിയിൽ ഒന്നിടവിട്ടുള്ള സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിനോട് 1 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളുടെ പാറ്റേൺ തയ്യാറാക്കുക എന്ന പ്രശ്നം വിശകലനം ചെയ്യാം.

എണ്ണൽ സംഖ്യാ ശ്രേണി 1, 2, 3, 4 ...

ഒന്നാമതായി 1, 3, 5, 7 ... എന്നീ ഒന്നിടവിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കാം.

അടുത്തടുത്ത രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിനോട് 1 കൂട്ടുമ്പോൾ 4, 16 36, 64, 100 ... എന്ന പാറ്റേൺ ലഭിക്കുന്നു. ഇപ്രകാരം ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യകൾ ഇരട്ടസംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളാണ്.

അതായത് $2^2, 4^2, 6^2, 8^2, 10^2 \ldots\ldots (2n)^2$

രണ്ടാമതായി 2, 4, 6, 8 .... എന്നീ ഒന്നിടവിട്ടുള്ള സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കാം. അടുത്തടുത്ത രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിനോട് 1 കൂട്ടുമ്പോൾ 9, 25, 49, 81 .... എന്ന പാറ്റേൺ ലഭിക്കുന്നു. ഇവ ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളാണ്.

അതായത് $3^2, 5^2, 7^2, 9^2 \ldots (2n + 1)^2$

ഇത്തരത്തിലുള്ള പാറ്റേൺ രൂപീകരണത്തിലൂടെ സാമാന്യവത്ക്കരണത്തിലെത്തിച്ചേരാനുള്ള ശേഷി നേടുന്നു. കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി പാറ്റേൺ രൂപീകരിച്ച് സാമാന്യവത്ക്കരണത്തിലെത്തിച്ചേരുക.

ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം

ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം - 1, 2 സെമസ്റ്ററുകളിൽ എൽ.പി. തലവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ചർച്ചചെയ്തിട്ടുണ്ടല്ലോ. 6, 7, 8 ക്ലാസുകളിലും ഈ രീതിയിലുള്ള തത്വരൂപീകരണം നിർവ്വഹിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ഒരു ഉദാഹരണം പരിശോധിക്കാം.

ആറാം തരത്തിലെ വ്യാപ്തം എന്ന ആശയവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം ആഗമനരീതിയിലൂടെ കണ്ടെത്താം.

യൂണിറ്റ് സമചതുരക്കട്ടകൾ ഉപയോഗിച്ച് നീളം, വീതി, ഉയരം എന്നിവ വ്യത്യസ്തങ്ങളായ ചതുരക്കട്ടകൾ നിർമ്മിക്കുന്നു. ഓരോ ചതുരക്കട്ടയുടേയും നീളം, വീതി, ഉയരം ഉപയോഗിച്ച യൂണിറ്റ് സമചതുരക്കട്ടകളുടെ എണ്ണം എന്നിവ കുട്ടികൾ പട്ടികപ്പെടുത്തിയത് താഴെ ചേർക്കുന്നു.

നീളം	വീതി	ഉയരം	യൂണിറ്റ് സമചതുരക്കട്ട കളുടെ എണ്ണം
4	3	2	24
3	5	3	45
5	2	3	30
6	3	2	36

ഇതിൽ നിന്നും ആകെ യൂണിറ്റ് സമചതുരക്കട്ടകളുടെ എണ്ണം എന്നത് നീളം, വീതി, ഉയരം എന്നീ വശങ്ങളിൽ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്ന സമചതുരക്കട്ടകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഗുണനഫലത്തിന് തുല്യമാണ്. ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ ഉള്ളളവ് വ്യപ്തം എന്നത് ആ ചതുരക്കട്ട നിർമ്മിക്കാൻ ഉപയോഗിച്ച യൂണിറ്റ് സമചതുരക്കട്ടകളുടെ ആകെ എണ്ണത്തിന് തുല്യമാണ്. അതായത്, ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം (ഉള്ളളവ്) = നീളം × വീതി × ഉയരം എന്ന നിഗമനത്തിലെത്തുന്നു.

പ്രവർത്തനം:

6, 7, 8 ക്ലാസുകളിലെ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ വിശകലം ചെയ്ത് ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണം നടത്തിയിട്ടുള്ള സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിലൂടെ നേടുന്ന മൂല്യങ്ങൾ

- പ്രായോഗികമൂല്യം
- ബുദ്ധിപരമായമൂല്യം
- മനഃശിക്ഷണമൂല്യം
- സൗന്ദര്യാത്മക മൂല്യം
- ദേശീയ അന്തർദേശീയമൂല്യം
- തൊഴിൽപരമായമൂല്യം
- സാംസ്കാരികമൂല്യം
- സാമൂഹികമൂല്യം

പ്രായോഗികമൂല്യം

നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യാൻ കുട്ടികളെ പ്രാപ്തരാക്കുകയാണല്ലോ ഗണിതപഠനത്തിന്റെ പ്രധാന ഉദ്ദേശ്യം. ക്ലാസ്മുറികളിൽ നിന്നും കിട്ടിയ അനുഭവങ്ങൾ കുട്ടിയുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ പ്രായോഗിക്കുന്നതിനുള്ള ആത്മവിശ്വാസം ഗണിതപഠനത്തിലൂടെയാണ് കൈവരേണ്ടത്. പ്രായോഗികമൂല്യങ്ങൾ നേടുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ചില സാഹചര്യങ്ങൾ താഴെകൊടുക്കുന്നു.

- ബാങ്ക് ഇടപാടുകൾ നടത്തുക.
- കടയിൽ നിന്നും സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുക
- കെട്ടിടനിർമ്മാണം
- അളവുകളെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരണ

-
-

കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

ബുദ്ധിപരമായ മൂല്യം

കുട്ടിയുടെ ചിന്താശേഷിയെ പരിപോഷിപ്പിക്കുന്ന ഒരു വിഷയമാണ് ഗണിതം. ബൗദ്ധികവികാസത്തിന് ഉതകുന്ന തരത്തിൽ താഴെ പറയുന്ന ചിന്താശേഷികൾ കുട്ടികളിൽ വളർത്തിയെടുക്കാൻ സാധിക്കും.

- യുക്തിചിന്ത വികസിപ്പിക്കൽ
- വിമർശനാത്മകചിന്ത
- അപഗ്രഥിക്കുന്നതിനും കാര്യകാരണബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നതിനുമുള്ള കഴിവ്

ഈ രീതിയിൽ കുട്ടികളിൽ ബുദ്ധിപരമായ മൂല്യം വളർത്തിയെടുക്കാൻ ഗണിത പഠനത്തിലൂടെ സാധിക്കും.

മനഃശിക്ഷണ മൂല്യം

ഗണിതശാസ്ത്രം അഭ്യസിക്കുമ്പോൾ വിദ്യാർത്ഥികളിൽ ചില പ്രത്യേകരീതിയിലുള്ള ചിന്താരീതികളും മനോഭാവങ്ങളും ശീലങ്ങളും വളരും. തത്ഫലമായി പഠിതാവിന് മനഃശിക്ഷണം ഉണ്ടാകും. ഈ മനഃശിക്ഷണം ജീവിതത്തിന്റെ എല്ലാ മണ്ഡലങ്ങളിലുമുള്ള കുട്ടിയുടെ പ്രവർത്തനത്തിന് സഹായകമാവും. യുക്തിചിന്തയ്ക്കുള്ള കഴിവ്, ശാസ്ത്രീയമനോഭാവം തുടങ്ങിയവ വളർത്തി ബുദ്ധിശക്തിയെത്തന്നെ വികസിപ്പിക്കാൻ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റെ അഭ്യസനം സഹായകമാണ്. പലശയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠം പഠിക്കുമ്പോൾ വിദ്യാർത്ഥി വ്യത്യസ്ത പണമിടപാടുകളെക്കുറിച്ച് മനസ്സിലാക്കുകയും പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ മതവ്യയശീലം ഉറപ്പാക്കുക, അമിതമായ കൊള്ളപലിശക്ക് പണം കടം വാങ്ങാതിരിക്കുക കടമെടുത്താൽ കൃത്യമായി പണം തിരിച്ചടയ്ക്കുക എന്നീ ശീലങ്ങൾ വളർത്തിയെടുക്കുന്നതിലൂടെ മനശിക്ഷണമൂല്യം നേടാൻ കുട്ടിക്ക് കഴിയുന്നു. ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം അനേകം നല്ല ശീലങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിന് സഹായകമാണ്. ശാസ്ത്രീയ ചിന്തനം, സൂക്ഷ്മത, ചുരുക്കിപ്പറയാനുള്ള കഴിവ്, ചിട്ട തുടങ്ങിയവ ഇവയിൽ ചിലതാണ്. മനഃശിക്ഷണമൂല്യം ഗണിതത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കത്തിലല്ല, പഠനത്തിന്റെ കാര്യക്ഷമതയിലാണ് അധിഷ്ഠിതമായിരിക്കുന്നത് എന്നത് ഉൾക്കൊണ്ടുകൊണ്ട് ഗണിതാദ്ധ്യാപകൻ പ്രവർത്തിക്കേണ്ടതാണ്.

സൗന്ദര്യാത്മകമൂല്യം

സംഖ്യാവിന്യാസത്തിലുള്ള താളക്രമം, ജ്യാമതീയ രൂപങ്ങളുടെ ഭംഗിയും സമ്മിതിയും എന്നിവയ്ക്കെല്ലാം ഒരു പ്രത്യേക സൗന്ദര്യമുണ്ട്. കുട്ടികളുടെ മനസ്സിൽ അത്ഭുതവും ആനന്ദവും ഒരേ സമയം ജനിപ്പിക്കാൻ ഇത് പര്യാപ്തമാണ്.

ഒരു ഉദാഹരണം നോക്കാം

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

1111	×	1111	=	1 2 3 4 3 2 1
1 1 1 1 1	×	1 1 1 1 1	=	1 2 3 4 5 4 3 2 1

ഇതുപോലെയുള്ള സംഖ്യാ പാറ്റേണുകളിലൂടെയും ജ്യാമതീയ രൂപങ്ങൾ കൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന മനോഹര രൂപമാതൃകകളിലൂടെയും കുട്ടികളുടെ സൗന്ദര്യാസ്വാദനശേഷി വർദ്ധിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കും. കുട്ടികളുടെ സർഗ്ഗാത്മകത വികസിപ്പിക്കുന്ന തരത്തിലുള്ള ത്രെഡ് പാറ്റേണുകൾ, ജ്യാമിതീയ ചാർട്ടുകൾ, സംഖ്യാ പാറ്റേണുകൾ, ചിത്ര പാറ്റേണുകൾ തുങ്ങിയവ നിർമ്മിക്കാനുള്ള അവസരം ഒരുക്കേണ്ടതാണ്.

ദേശീയ അന്തർദേശീയ മൂല്യം

ദേശീയ ബോധവും അന്തർദേശീയ ചിന്താഗതിയും വളർത്തുന്നതിന് ഗണിതശാസ്ത്രപഠനം സഹായകമാവും. ഭാരതത്തിലെ പ്രാചീന ഗണിത ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരെക്കുറിച്ചും അവർ ഗണിതശാസ്ത്രത്തിനു നൽകിയ സംഭാവനകളെക്കുറിച്ചും കുട്ടികൾ അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടതുണ്ട്. ദശസംഖ്യാന സമ്പ്രദായം, പൂജ്യം എന്ന ആശയം തുടങ്ങി ധാരാളം കണ്ടു പിടിത്തങ്ങൾ ഭാരതീയരുടെ സംഭാവനയാണ്. ഭാരതീയർ നൽകിയ മറ്റു സംഭാവനകളെക്കുറിച്ചുള്ള അന്വേഷമം അകാവുന്നതാണ്. ആര്യഭടൻ, വരാഹമിഹിരൻ, ഭാസ്ക്കരാചാര്യർ, രാമാനുജൻ എന്നിവരെയെല്ലാം ശാസ്ത്രത്തിലെ അത്ഭുതപ്രതിഭാസങ്ങളായി പരിഗണിക്കപ്പെടുന്നു. ഈ വസ്തുതകൾ മനസ്സിലാക്കുന്ന ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്ക് നമ്മുടെ നാടിനെക്കുറിച്ച് അഭിമാനിക്കാം. ദേശീയമായ ഈ ബോധത്തോടൊപ്പം അന്തർ ദേശീയ ചിന്താഗതിയും വളരുന്നതിന് ഗണിതശാസ്ത്രത്തിന്റ പഠനം സഹായകമാവുന്നു. പൈതഗോറസ്, ആർക്കമിഡീസ്, യൂക്ലിഡ് തുടങ്ങിയ ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ നൽകിയ സംഭാവനകളുടെ മഹത്തായ ഫലം നമ്മളും അനുഭവിക്കുന്നുണ്ടെന്ന ഒരു അന്തർദേശീയ ബോധം കുട്ടികളിൽ വളർത്താൻ സാധിക്കും. ആ മഹദ്വ്യക്തിത്വങ്ങളെ അറിഞ്ഞ് ആദരിക്കുകയും ചരിത്രപരമായ കാഴ്ചപ്പാട് സ്വീകരിക്കുകയും അതിലൂടെ കുട്ടികളെ ചരിത്രത്തിന്റെ പ്രാധാന്യത്തിലേക്ക് നയിക്കുകയും വേണം.

തൊഴിൽപരമായ മൂല്യം

ഭാവിയിൽ ഏതുതൊഴിലും സ്വീകരിക്കുവാനുള്ള സന്നദ്ധത കുട്ടികളിൽ വളർത്തിയെടുക്കാൻ ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ സാധിക്കും. ഏതൊരു തൊഴിലിലും ഏർപ്പെടുന്ന ഒരു വ്യക്തി കൃത്യമായി ജോലിചെയ്യുക, സമയബന്ധിതമായും വേഗത്തിലും കൃത്യതയോടെയും ജോലിചെയ്യുക എന്നതാണ് തൊഴിൽ പരമായ മൂല്യം. ഇത് കൈവരിക്കുന്നത് ഗണിത പഠനത്തിലൂടെയാണ്. കൃത്യത, സൂഷ്മ, വേഗത, അടുക്കും ചിട്ടയോടും കൂടി കാര്യങ്ങൾ ചെയ്യുക എന്നീ ഗുണങ്ങൾ ഒരു ഗണിതാധ്യാപകൻ ഗണിതക്ലാസിൽ പ്രാവർത്തികമാക്കുകയും ഒരു നല്ല മാതൃകയായി അധ്യാപകൻ മാറുകയും വഴി കുട്ടികളിൽ തൊഴിൽപരമായ മൂല്യം വളരുന്നു. ഭാവിയിൽ ഏതു തൊഴിൽ സ്വീകരിക്കുമ്പോഴും അധ്യാപകന്റെ മാതൃക കുട്ടികളിൽ മായാതെ കിടക്കുകയും അത് അവൻ ഏറ്റെടുത്തിരിക്കുന്ന തൊഴിൽ മേഖലയിൽ കൂടുതൽ ഉന്നതിയിലേക്കെത്താൻ പ്രാപ്തനാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

സാംസ്കാരികമൂല്യം

ഗണിതശാസ്ത്രം അഭ്യസിക്കുന്നതിന്റെ ഫലമായി കുട്ടികളുടെ സാംസ്കാരിക നിലവാരം ഉയരുക എന്നതാണ് അതിന്റെ സാംസ്കാരിക മൂല്യമായി കരുതപ്പെടുന്നത്. സൗന്ദര്യാസ്വാദനശേഷി വർദ്ധിപ്പിക്കുക, വിശ്രമസമയവിനോദമെന്ന നിലയിൽ ഗണിതസാസ്ത്രസംബന്ധികളായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ സ്വീകരിക്കുക, അഭിലഷണീയങ്ങളായ ശീലങ്ങൾ രൂപവത്കരിക്കുക എന്നീ രീതിയിലാണ് സാംസ്കാരികമായ വളർച്ച ഉണ്ടാവുന്നത്.

അധ്യാപകന്റെ ശരിയായ സമീപനത്തിലൂടെ കുട്ടികളിൽ ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തിൽ ശരിയായ ഉത്സാഹം ജനിപ്പിക്കാനാവും. അത് സാധിച്ചാൽ ഒരു വിശ്രമസമയവിനോദമെന്ന നിലയിൽ ഗണിതസംബന്ധിയായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ സ്വീകരിക്കാൻ അവർ താല്പര്യം കാണിക്കും. മാന്ത്രിക ചതുരങ്ങളുടെ നിർമ്മാണം, ഗണിതശാസ്ത്രങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന കളികൾ, ജിജ്ഞാസ ഉണർത്തുന്ന രീതിയിലുള്ള കടംകഥകളും കളികളും മറ്റും നൽകുകവഴി ഗണിതശാസ്ത്രപഠനത്തെ നല്ലൊരു ഒഴിവുകാല വിനോദോപാധിയാക്കിമാറ്റാം. ജ്യാമതീയ രൂപമാതൃകകൾ നിർമ്മിച്ച് നിറം പിടിപ്പിക്കുക, നല്ല മാതൃകകൾ നല്കി സൗകര്യാനുസരണം അവ നിർമ്മിക്കാൻ ആശ്യപ്പെടുക, ഗണിത ശാസ്ത്രചരിത്രത്തിലെ പ്രധാന വ്യക്തികളുടെ ജീവിത കഥകളും, രസകരമായ സംഭവകഥകളും വിദ്യാർത്ഥികളെ പരിചയപ്പെടുത്തുക, അവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ സൂചന നൽകിക്കൊണ്ട് വായിക്കാനുള്ള അവസരം നൽകുക എന്നിവ സാംസ്കാരികവളർച്ചക്ക് സഹായകരമായിരിക്കും. ഗണിതശാസ്ത്രചരിത്രപശ്ചാത്തലം മനസ്സിലാക്കിക്കൊണ്ട് ഗണിതം പഠിക്കുന്ന ഒരു വിദ്യാർത്ഥിയിൽ സാംസ്കാരികമൂല്യം വളർത്തിയെടുക്കുവാൻ സാധിക്കുമെന്നതിൽ സംശയമില്ല.

സാമൂഹികമൂല്യം

ഒരു സാമൂഹ്യ ജീവി എന്ന നിലയിൽ ഒരു വ്യക്തിക്ക് ഉണ്ടായിരിക്കേണ്ട മനോഭാവങ്ങളിൽ ചിലതാണ് സഹകരണമനോഭാവം, ജനാധിപത്യമനോഭാവം, നേതൃത്വപാടവം, ധൈര്യപൂർവ്വം കാര്യങ്ങളിൽ ഏർപ്പെടാനുള്ള കഴിവ്, സത്യസന്ധത, കൃത്യനിഷ്ഠ, ആശയവിനിമയശേഷി തുടങ്ങിയവ. ഗണിതപഠനത്തിലൂടെ, അധ്യാപകന്റെ ഫലപ്രദമായ ഇടപെടലിലൂടെ ഒരു കുട്ടിക്ക് ഇവ നേടുന്നതിനും ഭാവിയിൽ സമൂഹത്തിൽ പ്രയോജനപ്പെടുന്നവിധം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നതിനും സാധിക്കും. ഇതിലൂടെ സമൂഹത്തിലെ ഒരംഗമായി സമൂഹവുമായി സമരസപ്പെട്ട് നല്ല ഒരു വ്യക്തിത്വത്തിന് ഉടമയാവാൻ ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്ക് കഴിയും.

ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണപ്രക്രിയ

നിത്യജീവിതത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങളുടെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തലാണ് പ്രശ്നനിർദ്ധാരണ പ്രക്രിയയിലൂടെ കുട്ടി ആർജ്ജിക്കേണ്ടത്. കൂടാതെ ഗണിതശാസ്ത്രതത്വങ്ങൾ ദൃഢമാക്കുന്നതിന് പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യിക്കാം. പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നത് 2 വിധത്തിലാകാം. (1) മനഃക്കണക്കായി, (2) നിർദ്ധാരണവഴികളെഴുതി. ലളിതമായ പ്രശ്നങ്ങൾ മനഃക്കണക്കായി ചെയ്യാനുള്ള കഴിവ് കുട്ടികളിൽ വളർത്തേണ്ടതാണ്. വേഗത്തിൽ ക്രിയ ചെയ്യുന്നതിനുള്ള കഴിവ് വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നതിന് ഇത് സഹായിക്കുന്നു.

പ്രശ്നനിർദ്ധാരണത്തിലെ വഴികളും ക്രിയകളും രേഖപ്പെടുത്തുന്നതിനും തുല്യപ്രാധാന്യമുണ്ട്. ഭാവിയിലെ ആവശ്യങ്ങൾക്കുവേണ്ടി രേഖപ്പെടുത്തിവക്കുക, ക്രിയകൾ ശരിയായ രൂപത്തിലെഴുതുന്നതിനും ചിട്ടയായി ചെയ്യുന്നതിനുമുള്ള പരിശീലനം ലഭിക്കുക, പ്രശ്നങ്ങളുടെ അപഗ്രഥനവും ഉദ്ഗ്രഥനവും നടക്കുക, വൃത്തിയായും സൂക്ഷമായും ചെയ്യുക എന്ന നല്ലശീലം രൂപീകരിക്കുക തുടങ്ങിയവ പ്രശ്നനിർദ്ധാരണവഴികളെഴുതി ചെയ്യുന്നതിന്റെ നേട്ടങ്ങളാണ്.

പ്രശ്നനിർദ്ധാരണ പ്രക്രിയയിലെ 4 ഘട്ടങ്ങൾ

- **പ്രശ്നം മനസിലാക്കൽ (Understanding the problem)**

പ്രശ്നം എന്തിനെക്കുറിച്ചാണെന്നും ഈ പ്രശ്നത്തിൽ എന്താണ് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടത് എന്നും തിരിച്ചറിയുക എന്നതാണ് ഈ ഘട്ടത്തിന്റെ ലക്ഷ്യം.

- **അനുയോജ്യമായ പദ്ധതി കണ്ടെത്തൽ (Devicing a plan)**

പ്രശ്നത്തെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യേണ്ടത് എങ്ങനെയെന്ന് കണ്ടെത്തുകയാണ് ഈ ഘട്ടത്തിൽ; തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളെ പട്ടികപ്പെടുത്തിയാണോ, സമവാക്യം ഉപയോഗിച്ചാണോ മനോചിത്രംരൂപീകരിച്ചാണോ എന്നു തുടങ്ങി ഏത് തന്ത്രങ്ങൾ സ്വീകരിച്ചാലാണ് പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം സാധ്യമാവുക എന്ന് തീരുമാനിക്കുന്നു.

- **പദ്ധതി നടപ്പാക്കൽ (Carrying out the plan)**

മുൻഘട്ടത്തിൽ പ്രശ്നനിർദ്ധാരണത്തിനായി കണ്ടെത്തിയ അനുയോജ്യമായ മാർഗം നടപ്പാക്കുകയാണ് ഈ ഘട്ടത്തിൽ ചെയ്യേണ്ടത്.

- **പരിശോധിച്ചുനോക്കൽ (Looking back)**

പ്രശ്നനിർദ്ധാരണത്തിനായി കടന്നുപോയ ഘട്ടങ്ങൾ ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിച്ചു നോക്കുന്നു.

പ്രശ്നനിർധാരണ തന്ത്രങ്ങൾ

- Make a table
- Make on organised list
- Guess and check
- Draw a picture or graph
- Work backwards
- Try a simpler form of a problem

Make a table (പട്ടികപ്പെടുത്തൽ)

ചില പ്രശ്നങ്ങളുടെ നിർധാരണത്തിന് തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങളെ അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ പട്ടികപ്പെടുത്തേണ്ടതായി വരാം.

ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിശോധിക്കാം

1. അളവുകളിലെ യൂണിറ്റ് മാറ്റം

നീളത്തിന്റെ അളവുകളായ മില്ലീമീറ്റർ, സെന്റീമീറ്റർ, മീറ്റർ, കിലോമീറ്റർ ഇവയെ ഒരു നിശ്ചിത യൂണിറ്റിലേക്ക് മാറ്റി പട്ടികപ്പെടുത്തി നിർധാരണം നിർവഹിക്കാം.

2. സമയവും ദൂരവും

ഒരേ ദിശയിൽ സമാന്തര ട്രാക്കുകളിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന രണ്ട് തീവണ്ടികളുടെ വേഗം യഥാക്രമം 50 Km/hr, 100m/hr എന്നിങ്ങനെയാണ്. ആദ്യ തീവണ്ടി പുറപ്പെട്ടത് 2 മണിക്കൂറിനുശേഷമാണ് രണ്ടാമത്തെ തീവണ്ടി പുറപ്പെട്ടത്. എത്ര ദൂരം കഴിയുമ്പോഴാണ് 2 തീവണ്ടികളും ഒപ്പമെത്തുന്നത്? ഈ പ്രശ്നം നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് താഴെ പറയുന്നരീതിയൽ പട്ടികപ്പെടുത്തി ഉത്തരത്തിലെത്താം.

ഇതേ രീതിയിൽ ഭിന്ന സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം, സങ്കലനം. വ്യവകലനം എന്നീ മേഖലകളിലെ പ്രശ്ന നിർധാരണത്തിനും ഈ തന്ത്രം ഉപയോഗിക്കാം.

Make an organised list (ചിട്ടയോടെയുള്ള രേഖപ്പെടുത്തൽ)

ഒരു പ്രശ്നത്തിന്റെ നിർധാരണത്തിനുള്ള പരമാവധി സാധ്യതകൾ കണ്ടെത്തുകയും എല്ലാ സാധ്യതകളും പ്രയോജനപ്പെടുത്തികൊണ്ട് ചിട്ടയായ ഒരു രേഖപ്പെടുത്തൽ നടത്തുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഉദാ:- ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണ്ടെത്തുന്നരീതി

ചുറ്റളവ് - നീളം + വീതി + നീളം + വീതി

- 2 നീളം + 2 വീതി

- 2 (നീളം + വീതി)

എന്നിങ്ങനെ വിവിധ സാധ്യതകൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്താം.

മറ്റ് ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ ശ്രമിക്കുക.

Look for a pattern (പാറ്റേൺ രൂപീകരിക്കൽ)

ചില പ്രശ്നങ്ങളിൽ പാറ്റേണുകൾ രൂപീകരിക്കുന്നതിലൂടെ പ്രശ്ന നിർധാരണം സാധ്യമാകുന്നു.

ഉദാ:- ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ, അംശബന്ധം, ജ്യാമതിയിലെ ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ ആകെ അളവ് തുടങ്ങിയവ.

ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ ആകെ അളവ് പാറ്റേൺ രൂപീകരിച്ച് കണ്ടെത്തുന്നത് എങ്ങനെംയെന്ന് നോക്കാം.

3 വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക $(2 \times 3 - 4)$ മട്ടങ്ങൾ

4 വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക $(2 \times 4 - 4)$ മട്ടങ്ങൾ

5 വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക $(2 \times 5 - 4)$ മട്ടങ്ങൾ

6 വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക $(2 \times 6 - 4)$ മട്ടങ്ങൾ

	സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം മണിക്കൂറിൽ				
	1	2	3	4	5
തീവണ്ടി	50	100	150	200	250
തീവണ്ടി			100	200	300

....

....

n വശങ്ങൾ ഉള്ള ബഹുഭുജത്തിന്റെ കോണുകളുടെ തുക $(2n - 4)$ മട്ടങ്ങൾ

ഈ രീതിയിലുള്ള കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തി അവതരിപ്പിക്കുക.

Guess and Check (ഊഹിക്കുക, പരിശോധിക്കുക)

ചില ഗണിതപ്രശ്നങ്ങളിൽ ഉത്തരങ്ങൾ ഊഹിക്കുകയും അത് ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിച്ച് കണ്ടെത്തുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഉദാ:- ചതുരാക്രിതിയിലുള്ള കാർഡ്ബോർഡ് പേപ്പർ നീളത്തിൽ മടക്കിയും വീതിയിൽ മടക്കിയും ചതുരപ്പെട്ടി നിർമ്മിക്കുമ്പോൾ അതിന്റെ ഉള്ളളവ് തുല്യമാവുമോ? എന്ന പ്രശ്നത്തിൽ ആദ്യം ഊഹിക്കുകയും പിന്നീട് അവ നിർമ്മച്ചുനോക്കി ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിച്ചു നോക്കകയും ചെയ്യുന്നു.

Draw a Picture or graph (ചിത്രീകരിക്കൽ)

തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരച്ച് പ്രശ്നത്തെ നിർധാരണം ചെയ്യുന്നു.

ഉദാ:- നിർമ്മിതികൾ, പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം ഉപയോഗിച്ച് പ്രശ്നനിർദ്ധാരമം നടത്തുന്ന പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള ക്രിയകൾ.

8 മി. ഉയരമുള്ള ഒരു കവുങ്ങ് കാറ്റത്ത് ഒടിഞ്ഞുവീണു. കവുങ്ങിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 4 മ. അകലെയാണ് മുകളറ്റം വന്നുപതിഞ്ഞത്, എങ്കിൽ എത്ര മീറ്റർ ഉയരത്തിൽ വച്ചാണ് (പൂർണ്ണസംഖ്യ) കവുങ്ങ് ഒടിഞ്ഞിട്ടുണ്ടാവുക?

ഇതുപോലെയുള്ള മറ്റ് ഉദാഹരങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

Work backwards

ചില ബീജഗണിതപ്രശ്നങ്ങളിൽ സാങ്കല്പികമായ ഉത്തരം ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ട് പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം നടത്തുന്നു.

ഉദാ:- ഞങ്ങളും ഞങ്ങൾ ഞങ്ങളുടെ പകുതിയും അതിന്റെ പകുതിയും ഞാനും കൂടി ചേർന്നാൽ 100 ആകും എന്നാൽ ഞങ്ങളെ എത്ര?

ഇതുപോലെ മറ്റു ബീജഗണിതപ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തൂ

Try a simpler form of the problem (പ്രശ്നത്തന്റെ ലഘുവായ രൂപത്തിന്റെ അവതരണം)

തന്നിരിക്കുന്ന പ്രശ്നത്തിന്റെ അതേ മാതൃകയിലുള്ള ലഘുവായ മാതൃകകൾ അവതരിപ്പിച്ചുകൊണ്ട് പ്രശ്നനിർദ്ധാരണമാർഗ്ഗം തിരിച്ചറിയുകയും തന്നിരിക്കുന്ന പ്രശ്നം നർദ്ധാരണം ചെയ്യുകയും ചെയ്യുന്നു.

ഉദാ:- ശരാശരി, ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ദശാംശസംഖ്യകളുടെ ചതുഷ്ക്രിയകൾ, ഹരണം, രൂപങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്, തുടങ്ങിയവ

ഒരു ചോദ്യം നോക്കാം....

$\frac{27}{48}, \frac{35}{96}$ എന്നീ രണ്ട് ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇവ സാമാന്യം വലിയ സംഖ്യകളായതിനാൽ കുട്ടികൾക്ക് ബുദ്ധിമുട്ട് അനുഭവപ്പെടുന്നു. ഇതിനെ ലഘൂകരിക്കുന്നതിനുവേണ്ടി $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ എന്നീ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ തുക കാണുന്ന രീതി കുട്ടികളെ ഓർമ്മിപ്പിക്കുകയും രീതി അവതരിപ്പിപ്പുകയും ചെയ്യുന്നു. തുടർന്ന് $\frac{27}{48}, \frac{35}{96}$ എന്നീ സംഖ്യകളുടെ തുക കാണുകയും ചെയ്യുന്നു.

മറ്റ് ഉദാഹരങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

ഈ അധ്യായവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ഉള്ളടക്ക വിശകലനം നിർവഹിക്കൽ, ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധം കണ്ടെത്തൽ, പാറ്റേൺ കണ്ടെത്തൽ, ആഗമനരീതിയുടെ തത്വരൂപീകരണം, ഗണിതശാസ്ത്ര പഠനത്തിലൂടെ നേടുന്ന മൂല്യങ്ങൾ, പ്രശ്ന നിർധാരണം ഘട്ടങ്ങൾ, നിർധാരണ തന്ത്രങ്ങൾ തുടങ്ങിയവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രവർത്തനങ്ങൾ നടക്കണം. നിരന്തര വിലയിരുത്തൽ മാത്രം ഉള്ളതുകൊണ്ട് തന്നെ ഇവ കാര്യക്ഷമമായി നടക്കുന്നു. എന്ന് ഉറപ്പാക്കണം.

ഗണിതത്തിന്റെ സർഗ്ഗാത്മകചിന്ത

വിപ്രജനചിന്ത,സൃഷ്ടിപരത, മൗലികമായ കണ്ടെത്തലുകൾ നൂതനചിന്ത തുടങ്ങിയവയ്ക്ക് ക്ലാസിൽ അവസരം ഉണ്ടാകണം. കുട്ടികളുടെ ഗണിതത്തിലുള്ള സർഗ്ഗാത്മകചിന്ത വികസിപ്പിക്കേണ്ടത് അത്യന്താപോക്ഷിതമാണ്.

താഴെ പറയുന്ന മാർഗ്ഗങ്ങളിലൂടെ സർഗ്ഗാത്മക ചിന്ത വികസിപ്പിക്കാം.

- സംഖ്യാപാറ്റേണുകൾ
- ചിത്രപാറ്റേണുകൾ
- ജ്യാമതീയപാറ്റേണുകൾ
- മാന്ത്രിക ചതുരങ്ങൾ
- നിർമ്മാണ പ്രവർത്തനങ്ങൾ
- നിർമ്മിതികൾ
- വെല്ലുവിളി ഉയർത്തുന്ന തരത്തിലുള്ള പ്രശ്നങ്ങളുടെ നിർധാരണം.
- ഗണിതകളികൾ
- പ്രഹേളികൾ
- ഗണിത കഥകൾ, കവിതകൾ, ശേഖരങ്ങൾ, പതിപ്പുകൾ
- ഗണിത ലബോറട്ടറി
- ഐ. സി. റ്റി. സാധ്യതകൾ.

പ്രവർത്തനം:

ഗണിതത്തിലൂടെ സർഗാത്മക ചിന്ത പരിപോഷിപ്പിക്കുന്നതിനുള്ള ചില മാർഗങ്ങൾ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ വ്യക്തമാക്കുക.

യൂണിറ്റ് 2

ബീജഗണിത ചിന്ത- പഠനവും ബോധനവും

(സമയം : 18 മണിക്കൂർ)

ഉള്ളടക്കം

ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഗണിതാശയങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചുള്ള ഉള്ളടക്ക ധാരണ

- സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ പൊതുസ്വഭാവം/ഘടനയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള സാമാന്യവൽക്കരണ പ്രക്രിയയിൽ അജ്ഞാതസംഖ്യകളുടെ ഉപയോഗം
- ബീജഗണിതബന്ധങ്ങൾ
- ലഘുസമവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും നിർധാരണവും
- ബീജഗണിതത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള പ്രശ്നനിധാരണം
- ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ ചതുഷ്ക്രീയകൾ
- കൃത്യങ്കങ്ങൾ
- വർഗവും വർഗമൂലവും

ഉള്ളടക്കത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള വിവിധ ബോധനരീതികളും തന്ത്രങ്ങളും ആവിഷ്കരിക്കൽ

ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ

ഈ യൂണിറ്റുമായ് ബന്ധപ്പെട്ട ബോധനോദ്ദേശ്യങ്ങൾ ചുവടെ നൽകുന്നു. പ്രൈമറിതലത്തിലെ ഗണിതപാഠപുസ്തകങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട:

- വിവിധ സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ പൊതുസ്വഭാവം തിരിച്ചറിയുന്നു.
- പൊതുസ്വഭാവത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ബീജഗണിത ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തുകയും ബീജഗണിത രൂപത്തിൽ പ്രകടിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.
- തന്നിട്ടുള്ള വിവരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ലഘുസമവാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് അവ നിർധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- ഗണിതത്തിലെ പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ ബീജഗണിതത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി നിർധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ ഉൾപ്പെട്ട ചതുഷ്ക്രിയകൾ ബീജഗണിത വാചകങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി നിർധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- കൃത്യങ്ങൾ വർഗവും മർഗമുലവും തുടങ്ങിയ മേഖലകൾ ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് വിശദീകരിക്കുന്നു.
- ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വിവിധ ബോധനരീതികളും തന്ത്രങ്ങളും സംബന്ധിച്ച് ധാരണ കൈവരിക്കുന്നു.

പ്രാധാന്യം

അങ്കഗണിതത്തിന്റെ സാമാന്യവത്കൃത രൂപമായ ബീജഗണിതം ഗണിതത്തിന്റെ ഒരു സുപ്രധാന ശാഖയാണ്. ദീർഘമായ ഗണിതഭാഷാ വാചകങ്ങളെ ലഘുകരിച്ച് എഴുതുന്നതിന് ബീജഗണിതത്തിലൂടെ സാധിക്കുന്നു. സംക്ഷിപ്തമായും, സാമാന്യവത്കരണത്തിലൂടെയും ഗണിതത്തെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുമുള്ള വാദഗതികൾ ഉന്നയിക്കുക ഗണിതചിഹ്നങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുക എന്നിവയിൽ ധാരണ രൂപീകരിക്കുന്നതിലൂടെ മാത്രമേ കുട്ടിയ്ക്ക് ഗണിതപഠനത്തിൽ കൂടുതൽ ശേഷീവികാസം സാധ്യമാകൂ. ഇതിനുള്ള സാധ്യതകളാണ്. പ്രൈമറിതലത്തിൽ ബീജഗണിതപഠനത്തിലൂടെ ലക്ഷ്യമിടുന്നത്. വളരെ വലിയ സംഖ്യകളെ കൃത്യങ്ക രൂപത്തിൽ എഴുതുന്നതിന്റെ ആവശ്യകത, വർഗ്ഗത്തിന്റേയും, വർഗ്ഗമൂലത്തിന്റേയും സാധ്യതകൾ തുടങ്ങിയ പ്രധാനപ്പെട്ട വസ്തുതകൾ ഈ അധ്യായവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ചർച്ച ചെയ്യുന്നുണ്ട്.

പാഠഭാഗത്തിലൂടെ വിശകലനം

6 മുതൽ 8 വരെ ക്ലാസുകളിലെ ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട വിവിധ യൂണിറ്റുകളുടെ വിശകലനമാണ് ഇവിടെ നടക്കേണ്ടത്. 6-ാം ക്ലാസു മുതലാണല്ലോ കുട്ടി ബീജഗണിതം ഒരു ഗണിതശാസ്ത്ര ശാഖ എന്ന നിലയിൽ പഠിച്ചുവരുന്നത്. ഇവിടെ കുട്ടി സംഖ്യകൾക്ക് പകരം അക്ഷരം ഉപയോഗിച്ച് ഗണിത വിവർത്തനം (Mathematics Translation) നടത്താൻ പഠിക്കുകയാണ് ആദ്യം ചെയ്യുന്നത്.

ഉദാഹരണമായി ഒരു ക്ലാസിലെ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണവും പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണവും ചേർന്നതാണ് ക്ലാസിലെ ആകെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം. ഇത് ഓരോ ദിവസവും മാറിക്കൊണ്ടിരിക്കാം.

ഇതിനെ ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം + പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം = ആകെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം എന്നെഴുതാം. ഇതിനെ ചുരുക്കി $B + G = T$ എന്നെഴുതാമല്ലോ. B യും G യും മാറുമ്പോൾ T യിലും മാറ്റം വരാം എന്നാൽ $B + G = T$ എന്ന ബന്ധത്തിൽ മാറ്റമില്ല. ഇപ്രകാരം അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചിട്ടയായി സംഖ്യാവസ്തുതകളെ അവതരിപ്പിക്കാനായൽ ഉയർന്ന ചിന്താശേഷി ആവശ്യപ്പെടുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ വരെ നമുക്ക് പരിഹരിക്കാനാവും.

- പ്രശ്ന സന്ദർഭങ്ങളെ ശരിയായി വിശകലനം നടത്തുക.
- അതിലെ ബന്ധങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുക.
- അക്ഷരങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സംഖ്യാപരമായ ബന്ധങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുക.
- ചില പ്രാഥമിക നിഗമനങ്ങൾ രൂപപ്പെടുത്തുക.

എന്ന രീതിയിലാണ് പ്രാഥമിക തലത്തിൽ ബീജഗണിതം വളരുന്നത്.

$$1 + 3 = 4$$
$$1 + 3 + 5 = 9$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$
$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

എന്ന പാറ്റേൺ പരിഗണിക്കുക.

ഇതിൽ അടുത്ത രണ്ടുവരികൂടി എഴുതുക.

ഇവിടെ രൂപീകരിക്കാവുന്ന പൊതുനിഗമനം എന്താണ്?

- തുടർച്ചയായ ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു പൂർണ്ണവർഗ സംഖ്യ ആയിരിക്കും.

- ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ എണ്ണം എണ്ണത്തിന്റെ വർഗ്ഗമായിരിക്കും അവയുടെ തുക.
- ഇതിൽ നിന്നും

  $1 + 3 + 5 + ...(2n - 1) = n^2$ എന്ന നിഗമനത്തിൽ എത്തിച്ചേരാം.

സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ പൊതുസ്വഭാവം/ഘടനയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള സാമാന്യവത്ക്കരണ പ്രക്രിയയിൽ അജ്ഞാതസംഖ്യയുടെ പ്രയോഗം എന്നതിനെ സംബന്ധിച്ച ചർച്ച യാണ് നടക്കേണ്ടത്. ഇതിന്റെ വിശദാംശങ്ങൾ പരിശോധിക്കാം.

സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ പൊതുസ്വഭാവം/ഘടനയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള സാമാന്യവത്ക്കരണ പ്രക്രിയയിൽ അജ്ഞാതസംഖ്യയുടെ ഉപയോഗം:

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേൺ പരിശോധിക്കുക.

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24 = 5^2 - 1$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120 = 11^2 - 1$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360 = 19^2 - 1$$

$$4 \times 5 \times 6 \times 7 = 840 = 29^2 - 1$$

ഇവിടെ രൂപീകരിക്കപ്പെട്ട പൊതുനിഗമനങ്ങൾ ഏവ?

- അടുത്തടുത്ത് വരുന്ന 4 എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം എന്നത് ആദ്യത്തേയും അവസാനത്തേയും സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് 1 കൂട്ടി അതിന്റെ വർഗ്ഗത്തിൽ നിന്ന് 1 കുറയ്ക്കുന്നതാണ്.
- തുടർച്ചയായ 4 എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തോട് 1 കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നത് ഒരു പൂർണ്ണവർഗമായിരിക്കും.
- തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യാപാറ്റേണിന്റെ സാമാന്യരൂപം എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

$$n\,(n+1) \text{ x } (n+2) \text{ x}(n+3) = [n\,(n+3) + 1]^2 - 3$$

പ്രവർത്തനം

സംഖ്യാപാറ്റേണുകളുടെ പെതുസ്വഭാവവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ചിലസംഖാപാറ്റേണുകൾ രൂപപ്പെടുത്തുക. അവയുടെ സാമാന്യരൂപം കണ്ടെത്തുക.

ബീജഗണിതത്തിലെ സാമാന്യവത്ക്കരണ പ്രക്രിയയിൽ അജ്ഞാതസംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടുക. "എന്ന ഭാഷാവാക്യവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഗണിതവാക്യം രൂപീകരിക്കുക. ഇതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സംഖ്യാപാറ്റേൺ രൂപീകരിക്കുക. എന്ന ചോദ്യം പരിഗണിക്കാം.

ഇവിടെ ഒരു സംഖ്യ എന്നത് അജ്ഞാത സംഖ്യ x ആയി പരിഗണിക്കുക.

'ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടുക' എന്ന ഭാഷാവാചകത്തെ $2x + 5$ എന്ന ഗണിത വാചകമായി എഴുതാം.

ഈ ഗണിതവാചകത്തിലെ അജ്ഞാതസംഖ്യയ്ക്ക് 1, 2, 3 എന്ന വില നൽകുമ്പോൾ

$2x + 5$

$x = 1$ ആകുമ്പോൾ $2x1 + 5 = 7$

$x = 2$ ആകുമ്പോൾ $2x2 + 5 = 9$

$x = 3$ ആകുമ്പോൾ $2x3 + 5 = 11$

എന്നിങ്ങനെ പാറ്റേൺ ലഭിക്കുന്നു.

പ്രവർത്തനം

6 മുതൽ 8 വരെ ക്ലാസ്സുകളിലെ ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠഭാഗങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് അജ്ഞാതസംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് സംഖ്യാപാറ്റേൺ രൂപപ്പെടുത്തുക.

ബീജഗണിതബന്ധങ്ങൾ

പ്രവർത്തനം : 6, 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിതപാഠപുസ്തങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് പ്രധാനബീജഗണിതബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക. ഓരോ ബന്ധങ്ങളും രൂപീകരിച്ചതുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെയാണ് ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തേണ്ടത്.

6, 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠഭാഗങ്ങൾ പരിശോധിക്കുമ്പോൾ 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബീജഗണിതബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ സാധിക്കുന്നതാണ്.

ക്ലാസ്സ് - 7

അധ്യായം - 3 മാറുന്ന സംഖ്യകളും മാറാത്ത ബന്ധങ്ങളും

1) $(x + y) = y + x$
2) $(x + y) + z = x + (y + z)$
3) $(x + y)\ z = xz + yz$
4) $(x - y) - z = x - (y + z)$
5) $(x - y) - z = x - (y - z)$
6) $(x - y) + z = x - (y - z)$
7) $(x - y)\ z = xz - yz$

ക്ലാസ്സ് : 7

അധ്യായം : 4 : ആവർത്തന ഗുണനം

1. x ഏതു സംഖ്യയായാലും m, n ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യകളായാലും $n^m \times x^n = x^{m+n}$
2. x പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ ആയാലും m, n ഇവ $m > n$ ആയ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യകളായാലും $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
3. x പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ ആയാലും $m>n$ ആയ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യകളായാലും

$$\frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$$

4. x എന്ന ഏതു സംഖ്യയും m, n എന്നീ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യകളും എഴുത്താൽ $(x^{m^n}) = x^{mn}$

ക്ലാസ്സ് : 8

അധ്യായം - 3 : ന്യൂന സംഖ്യകൾ

1. $x (- y) = - x y$
2. $(- x) (- y) = x y$
3. $- (-x) = x$
4. $x - y = -(y - x)$

ക്ലാസ്സ് : 8

അധ്യായം - 5 : ബീജഗണിതം

1. $x + (-y) = x - y; x + (-x) = 0 ; x \times \frac{1}{x} = 1, x + 0 = x, x \times 1 = x$

2. $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

3. $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

4) $(x+y)(x - y) = x^2 - y^2$

ലഘുവാക്യങ്ങളുടെ രൂപീകരണവും നിർധാരണവും

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭാഷാവാചകങ്ങളേയും/വാക്യങ്ങളേയും ബീജഗണിതവാചകങ്ങൾ/വാക്യങ്ങൾ ആയി എഴുതുക?

1. ഒരുസംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5കൂട്ടിയുത്
2. ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടിയാൽ 15 കിട്ടും.
3. ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടിയാൽ 1 നേക്കാൾ ചെറിയ സംഖ്യ ലഭിക്കും.
4. ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടിയാൽ 10 നേക്കാൾ വലിയ സംഖ്യ കിട്ടും.
5. ഒരു സംഖ്യയുടെ 2 മടങ്ങിനോട് 5 കൂട്ടിയാൽ ലഭിക്കുന്ന സംഖ്യേ 14 ന് തുല്യമല്ല.
6. x നോട് y ചേർന്നത്
7. x നോട് y ചേർന്നാൽ 20 കിട്ടും.
8. x നോട് y ചേർന്നാൽ 15 നേക്കാൾ വലിയ സംഖ്യ കിട്ടും
9. x എന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗവും y യും ചേർന്നാൽ 35 കിട്ടും.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. സംഖ്യ x ആയാൽ $2x + 5$
2. $2x + 5 = 15$
3. $2x + 5 < 1$
4. $2x + 5 > 10$
5. $2x + 5 \neq 14$
6. $x + y$
7. $x + y = 20$
8. $x + y > 15$
9. $x^2 + y = 35$

ഉത്തരങ്ങളായി ലഭിച്ച ബീജഗണിത വാചകങ്ങൾ/വാക്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

ഇതിൽ $2x + 5$ $x + y$ എന്നിവ ബീജഗണിതവാചകങ്ങളാണ്. (എന്തുകൊണ്ട്?) ബാക്കിയുള്ളവ എല്ലാം ബീജഗണിത വാക്യങ്ങളാണ്. (എന്തുകൊണ്ട്?)

ഇവയിൽ

$2x + 5 = 15$

$x + y = 20$

$x^2 + y = 35$ എന്നീ സമവാക്യങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തി എഴുതുക.

സമവാക്യം	പ്രത്യേകതകൾ
$2x + 5 = 15$	1. x എന്ന ചരം മാത്രമേ ഉള്ളൂ.
	2. വാക്യത്തിന്റെ കൃതി 1 ആണ്
$x + y = 20$	1. x, y എന്നീ രണ്ട് ചരങ്ങളുണ്ട്
	2. വാക്യത്തിന്റെ കൃതി 1 ആണ്
$x^2 + y = 35$	1. x, y എന്നീ രണ്ട് ചരങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുന്നു
	2. വാക്യത്തിന്റെ കൃതി 2 ആണ്.

കൃതി 1 ആയതും ഒരു ചരം മാത്രമുള്ളതുമായ സമവാക്യങ്ങളെ ലഘു സമവാക്യങ്ങൾ എന്നു (simple equcation) പറയുന്നു.

മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ച സമവാക്യങ്ങൾ $2x + y = 15$ മാത്രമാണ് ലഘു സമവാക്യം.

പ്രവർത്തനം: പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങൾ പരിഗണിച്ചുകൊണ്ട് ഭാഷാവാക്യങ്ങളും അതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ലഘു സമവാക്യങ്ങളും രൂപീകരിക്കുക.

ലഘുസമവാക്യങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണം

$2x + 5 = 15$ എന്ന സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

നിർദ്ധാരണ പ്രക്രിയയിലെ വിശദാംശങ്ങൾ നൽകേണ്ടതാണ്. (പ്രക്രീയാഘട്ടങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.

$$\begin{aligned} 2x + 5 + (-5) &= 15 + (-5) \\ 2x + 0 &= 10 \\ 2x &= 10 \\ 2x \div 2 &= 10 \div 2 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

പ്രവർത്തനം: മുൻപ്രവർത്തനത്തിൽ രൂപീകരിച്ച ലഘു സമവാക്യങ്ങളെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

പ്രവർത്തനം : ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട 8-ാം തരത്തിലെ അധ്യായം പരിശോധിച്ച് ലഘു സമവാക്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തി നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

ബീജഗണിതത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണം

അങ്കഗണിതത്തിലേയും, ജ്യാമിതിയിലേയും പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ നിരദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് ബീജഗണിതത്തെ ഉപയോഗപ്പെടുത്താറുണ്ട്. അപ്രകാരം ചെയ്യുമ്പോൾ പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം എളുപ്പമാകുന്നു. ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിശോധിക്കാം.

ഉദാഹരണം -1: സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു ടൈലിന്റെ ചുറ്റളവ് 180 സെ.മീ. ആണ്. അതിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര?

ഈ പ്രശ്നം എങ്ങനെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യും എന്ന് പരിശോധിക്കാം.

കണ്ടെത്തേണ്ട ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = x എന്ന് സങ്കൽപ്പിക്കുക.

സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 180 cm

അതാത് $6x$ = 180 (എന്തുകൊണ്ട്?)

$6x \div 6 = 180 \div 6$

$x = 30$

ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം = 30 cm

ഉദാഹരണം-2 :

അനൂപ് ഒരു കച്ചവടക്കാരനിൽ നിന്ന് ഒരു നോട്ട്ബുക്കും ഒരു പേനയും വാങ്ങി. നോട്ട് ബുക്കിന് പേനയേക്കാൾ 12 രൂപ കൂടുതലാണ്. ആകെ 32 രൂപയായാൽ പേനയും നോട്ട് ബുക്കിന്റേയും വില കാണുക.

ഈ പ്രശ്നം എങ്ങനെ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുമെന്ന് പരിശോധിക്കാം.

പേനയുടെ വില = x എന്നിരിക്കട്ടെ

അതുകൊണ്ട് നോട്ട് ബുക്കിന്റെ വില = $x + 12$

ആകെ വില = 32 രൂപ

അതായത് $x + x + 12$ = 32 രൂപ

$2x + 12 + -12 = 32 + -12$

$2x = 20$

$2x \div 2 = 20 \div 2$

x = 10 രൂപ

$\therefore$ നോട്ട് ബുക്കിന്റെ വില = $x + 12$

= $10 + 12$

= 22 രൂപ

പ്രവർത്തനം:

8-ാം തരത്തിലെ ഗണിതപുസ്തകത്തിലെ സമവാക്യങ്ങൾ എന്ന അധ്യായവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ബീജഗണിതത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള കൂടുതൽ പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപീകരിച്ച് നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

- ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ ചതുഷ്ക്രിയകൾ

സങ്കലനവും വ്യവകലനവും

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ജോഡി ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടേയും തുകയും വ്യത്യാസവും എഴുതുക.

1. $7x + 5y$

   $3x - 3y$

2. $8p + 6q$

   $3q - 4r$

3. $5a^2 + 3a + 8$

$a + b - 3$

1. $7x + 5y$

$2x - 3y$ പരിണിക്കാം

- തുക/വ്യത്യാസം കാണുന്നതിനുള്ള വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ
- സജാതീയ പദങ്ങൾ ക്രമീകരിച്ചെഴുതുക
- സജാതീയ പദങ്ങളുടെ തുക/വ്യത്യാസം കാണുക.

തുക	വ്യത്യാസം
$7x + 5y +$	$7x + 5y -$
$2x - 3y$	$3x - 3y$
$9x + 2y$	$5x + 8y$

2. $8p + 6q$

$3q - 4r$

തുക	വ്യത്യാസം
$8p + 6q \ldots\ldots +$	$8p + 6q \ldots\ldots -$
$3q - 4r$	$3q - 4r$
$8p + 9q - 4r$	$8p + 3q - 4r$

3. $5a^2 + 3a + 8$

$a + b - 3$

തുക	വ്യത്യാസം
$5a^2 + 3a + 8 \quad +$	$5a^2 + 3a + 8 \quad -$
$a - 3 + b$	$a - 3 + b$
$5a^2 + 4a + 5 + b$	$5a^2 + 2a + 11 - b$

പ്രവർത്തനം

ബീജഗണിതവാചകങ്ങൾ ജോഡികളായി കണ്ടെത്തുക. അവയുടെ തുകയും വ്യത്യാസവും കാണുക.

ബീജഗണിതവാചകങ്ങളുടെ ഗുണനം

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

അതായത് ഒരു ബീജഗണിത വാചകത്തെ മറ്റൊരു ബീജഗണിത വാചകം കൊണ്ട് ഗുണിക്കാൻ ആദ്യത്തെ വാചകത്തിലെ ഓരോ പദത്തേയും രണ്ടാമത്തെ വാചകത്തിലെ ഓരോ പദം കൊണ്ടും ഗുണിച്ച് ഈ ഗുണന ഫലങ്ങളെല്ലാം കൂട്ടണം.

ഒരു ഉദാഹരണം പരിശോധിക്കാം.

ഗുണനഫലം കാണുക.

$$(2x+ 5y)(x^2 - 3y)$$

$$= 2x \times x^2 + 2x \times {}^{-}3y + 5y \times x^2 + 5y \times (-3y)$$

$$= 2x^3 - 6xy + 5x^2y - 15y^2$$

പ്രവർത്തനം

ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി 8-ാം ക്ലാസ്സിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകത്തിലെ ചോദ്യങ്ങളുടെ ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക.

ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ ഹരണം

ഹരണവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ഒരു ചോദ്യം പരിഗണിക്കാം.

$x^4 - x^3 + 2x^2 - 7x + 5$ എന്ന ബീജഗണിത വാചകത്തെ $(x + 1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുക ഹരണം നിർവഹിക്കുന്ന രീതി ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.

$$\begin{array}{r|l}
 & x^3 + 2x - 5 \\ \hline
x - 1 & x^4 - x^3 + 2x^2 - 7x + 5 \\
 & x^4 - x^3 \\ \hline
 & \quad 0 + 2x^2 - 7x \\
 & \quad\quad 2x^2 - 2x \\ \hline
 & \quad\quad\quad - 5x + 5 \\
 & \quad\quad\quad - 5x + 5 \\ \hline
 & \quad\quad\quad\quad 0
\end{array}$$

ഹാര്യം : $x^4 - x^3 + 2x^2 - 7x + 5$

ഹാരകം : $x - 1$

ഹാരണഫലം : $x^3 + 2x - 5$

ശിഷ്ടം : 0

പ്രവർത്തനം

ബീജഗണിത വാചകങ്ങളുടെ ഹരണവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി കൂടുതൽ ചോദ്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തി ഹരണഫലം കാണുക.

- കൃത്യങ്കങ്ങൾ

കൃത്യങ്കങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി 7-ാം തരത്തിൽ ആവർത്തനഗുണനം എന്ന അധ്യായമാണ് നൽകിയിട്ടുള്ളത്.

> കൃതീകരണം: സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം എന്നീ നാല് ക്രിയകളെപ്പോലെ അഞ്ചാമത്തെ ക്രിയയാണ് കൃതീകരണം (exponentiation) ഗുണനം എന്നത് ആവർത്തിച്ചുള്ള സങ്കലനമാണ്. അതുപോലെ കൃതീകരണം എന്നത് ആവർത്തിച്ചുള്ള ഗുണനമാണ്.

$4\times 4\times 4\times 4\times 4$ എന്ന ഗുണനക്രിയ പരിഗണിക്കുക ഇവിടെ 4 നെ 5 പ്രാവശ്യം ആവർത്തിച്ച് ഗുണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇതിനെ കൃത്യങ്കരൂപത്തിൽ 4^5 എന്നെഴുതാം. ഇവിടെ 5 എന്നത് 4 ന്റെ കൃത്യങ്കമാണ്. അഥവാ 4 ന്റെ കൃതിയാണ് 5 ഒരു സംഖ്യയുടെ രണ്ടാം കൃതിയെ അതിന്റെ വർഗം (square) എന്നും മൂന്നാം കൃതിയെ അതിന്റെ ഘനം (cube) എന്നും പറയുന്നു.

5 ന്റെ വർഗം $5^2 = 5\times 5 = 25$ ആണ്

5 ന്റെ ഘനം $5^3 = 5\times 5\times 5 = 125$ ആണ്

പാഠപുസ്തകത്തിലെ ഉള്ളടക്ക വിശദാംശങ്ങൾ

- കൃതീകരണം, കൃത്യങ്കം, കൃതി എന്നീ ആശയങ്ങൾ തിരിച്ചറിയുന്നു.
- ഏതൊരു സംഖ്യയുടേയും കൃതി കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിയും
- ഒരു സംഖ്യയുടെ രണ്ടാം കൃതിയാണ് വർഗം, മൂന്നാം കൃതിയാണ് ഘനം എന്നീ ആശയ ങ്ങൾ
- ഏതൊരു സംഖ്യയേയും സ്ഥാനവില അനുസരിച്ച് 10 ന്റെ കൃതിയായി എഴുതാം.
- ദശാംശസംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ എന്നിവയുടെ കൃതീകരണം
- കൃത്യങ്ക നിയമങ്ങൾ
- കൃത്യങ്ക നിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം.

പ്രവർത്തനം

കൃതീകരണം, കൃതി, കൃത്യങ്കം എന്നീ ആശയങ്ങൾ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നൽകി വ്യക്തമാക്കുക. വർഗം, ഘടന എന്നിവ കൃതിയുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

- ഏതൊരു സംഖ്യയേയും സ്ഥാനവില അനുസരിച്ച് 10 ന്റെ കൃതിയായി എഴുതാം.

ഉദാഹരണമായി 3 4 5 6 7 എന്ന സംഖ്യ പരിഗണിക്കുക.

$$34567 = 3\times 10{,}000 + 4\times 1000 + 5 + 100 + 6\times 7$$
$$= 3\times 10^4 + 4\times 10^3 + 5\times 10^2 + 6\times 10^1 + 7\times 10^0$$

പത്തിന്റെ കൃതിയായി സ്ഥാനവില അനുസരിച്ച് എഴുതാം.

പ്രവർത്തനം

എഴാം തരത്തിലെ ഗണിതപാഠപുസ്തക്തിലെ 'ആവർത്തന ഗുണനം' എന്ന അധ്യായത്തിലെ ചോദ്യങ്ങൾ സ്ഥാനവിലയുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി 10 ന്റെ കൃതിയായി എഴുതുക.

- ദശാംശസംഖ്യകളുടെ കൃതീകരണം.

ഉദാഹരണമായി 437. 54 എന്ന ദശാംശ സംഖ്യയെ സ്ഥാനവില അനുസരിച്ച് 10 ന്റെ കൃതിയായി എഴുതുക എന്ന ചോദ്യം പരിഗണിക്കാം.

$$437.54 = 4\times 100 + 3\times 10 + 7 + 5\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{100}$$
$$= 4\times 10^2 + 3\times 10^1 + 7\times 10^0 + 5\times\frac{1}{10^1} + 4\times\frac{1}{10^2}$$

പ്രവർത്തനം

ദശാംശസംഖ്യകളെ സ്ഥാനവില അനുസരിച്ച് 10 ന്റെ കൃത്യമായി എഴുതുന്ന 7-ാം തരത്തിലെ പാഠപുസ്തകത്തിലെ ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കണ്ടെത്തുക.

- ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ കൃതീകരണം

എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടേയും, ദശാംശസംഖ്യകളുടെ കൃതീകരണ് നടത്തിയതുപോലെ ദിന്നസംഖ്യകളുടേയും കൃതീകരണം നിർവഹിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി $\left[1\frac{2}{5}\right]^3$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യ പരിഗണിക്കുക.

$\left(1\frac{2}{5}\right)$ എന്നതിനെ $\frac{7}{5}$ എന്നെഴുതാം.

$$\left(1\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{7}{5}\right)^3$$
$$= \frac{7}{5}\times\frac{7}{5}\times\frac{7}{5}$$
$$= \frac{7^3}{5^3}$$
$$= \frac{343}{125}$$
$$= 2\frac{93}{125}$$

കൃത്യങ്ക നിയമങ്ങൾ

1. x ഏതു സംഖ്യ ആയാലും, m, n ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യയായാലും
   $x^m \times x^n = x^{m+n}$
2. x പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ ആയാലും, m, n ഇവ $m > n$ ആയ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യയായുലം $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
3. x പൂജ്യമല്ലാത്ത ഏതു സംഖ്യ ആയാലും m, n എന്നിവ $m < n$ ആയ ഏത് രണ്ട് എണ്ണൽ സംഖ്യ ആയാലും $\frac{x^m}{x^n} = \frac{1}{x^{n-m}}$
4. x എന്ന ഏതു സംഖ്യയും m, n എന്നീ ഏത് എണ്ണൽ സംഖ്യകളും എടുത്താൽ $(x^m)^n = x^{mn}$

ഇതുമായി ബന്ധപ്പെട്ട നിയമങ്ങൾ ഉദാഹരണങ്ങളിലൂടെ രൂപീകരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനം ബീജഗണിത ബന്ധങ്ങൾ എന്ന ഭാഗത്ത് നൽകിയിരുന്നല്ലോ.

കൃത്യങ്ക നിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചുള്ള പ്രശ്നനിർദ്ധാരണം

ഒരു ഉദാഹരണം പരിശോധിക്കാം.

$3^n + 1 = 82$ ആയാൽ

3^{n+1} എത്ര?

$$3^n + 1 = 82$$

$$3^n + 1 + (-1) = 82 + -1$$

$$3^n = 81$$

$$\therefore 3^{n+1} = 3^n \times 3^1$$

$$= 81 \times 3$$

$$= 243$$

പ്രവർത്തനം : 7-ാം തരത്തിലെ ആവർത്തനഗുണനം എന്ന പാഠഭാഗത്തിലെ കൃത്യങ്ക നിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പരിഹരിക്കാവുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

വർഗവും വർഗമൂലവും

49 എന്ന സംഖ്യയെ 2 സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി

$49 = 7 \times 7$ എന്നെഴുതാം

ഇതിനെ $49 = 7^2$ എന്നെഴുതാം

ഇവിടെ 7 ന്റെ 2-ാം കൃതിയാണ് 49 എന്നു പറയാം.

ഇതിനെ മറ്റൊരുരീതിയിൽ 7 ന്റെ വർഗമാണ് 49 എന്ന് പറയാം.

വർഗം : ഒരു സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യകൊണ്ട് തന്നെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്നതാണ് ആ സംഖ്യയുടെ വർഗം

പൂർണവർഗങ്ങൾ (Perfect Squares)

1, 4, 9, 16, ... എന്നിങ്ങനെയാണ് എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങൾ ഇവയെ പൂർണവർഗങ്ങൾ എന്ന് പറയുന്നു.

പൂർണവർഗങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ

1. അടുത്തടുത്ത പൂർണവർഗങ്ങളുടെ സംഖ്യ വ്യത്യാസം ഒറ്റസംഖ്യയാണ്.

$$4 - 1 = 3$$

$$9 - 4 = 5$$

$$16 - 9 = 7$$

ഈ രീതിയിൽ വ്യത്യാസങ്ങളെല്ലാം ഒറ്റ സംഖ്യകൾ തന്നെ

2. ഒന്നു മുതലുള്ള ഒറ്റ സംഖ്യകൾ തുടർച്ചയായി കൂട്ടിയാൽ പൂർണവർഗങ്ങൾ കിട്ടും.

$1 + 3 = 4$	$1 + 2 + 1 = 4$
$1 + 3 + 5 = 9$	$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9$
$1 + 3 + 5 + 7 = 16$	$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25$

3. ഒന്നു മുതൽ തുടർച്ചയായ ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക സംഖ്യകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ വർഗമായിരിക്കും.

ഇതുപോലെ 1 മുതൽ തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ ആരോഹണക്രമത്തിലും തുടർന്ന അവരോഹണക്രമത്തിലും എഴുതി തുക കണ്ടാൽ അത് ഇതിലെ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗം ആയിരിക്കും.

4. 10, 100, 1000, 10000, ... എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ 1 കഴിഞ്ഞ് ഇരട്ടപൂജ്യങ്ങൾ വരുന്ന സംഖ്യകൾ പൂർണവർഗങ്ങളായിരിക്കും.

ഉദാ: 100, 10000, 1000000, ... എന്നിവ പൂർണവർഗങ്ങളാണ്.

5. ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വർഗം കാണുന്നതിന് അംശത്തിന്റെ വർഗവും, ഛേദത്തിന്റെ വർഗവും കണ്ടാൽമതി.

ഉദാ: $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 5} = \frac{9}{25}$

6. ദശാംശസംഖ്യകളുടെ വർഗം:

ഒരു ദശാംശസംഖ്യയുടെ വർഗം എന്നത് ആ സംഖ്യയെ അതേ സംഖ്യ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുന്നതാണ്

ഉദാഹരണമായ 0.9 ന്റെ വർഗം:

$$(0.9)^2 = 0.9 \times 0.9$$
$$= 0.81$$

OR

$$(0.9)^2 = \left(\frac{9}{10}\right)^2$$
$$= \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{9 \times 9}{10 \times 10}$$
$$= \frac{81}{100}$$
$$= 0.81$$

7. രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലവും ഈ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ വർഗവും തുല്യമാണ്.

അതായത്

x, y ഏതു സംഖ്യകൾ ആയാലും

$$x^2y^2 = (xy)^2$$

ഉദാ:

$$3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$$
$$3^2 \times 4^2 = (3 \times 4)^2 = 12^2 = 144$$

8. ഏതൊരു സംഖ്യയേയും അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ കൃതികളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം.

ഉദാഹരണമായി 3600 അഭാജ്യഘടകങ്ങളാക്കുമ്പോൾ

$$3600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$
$$= 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

2	3600
2	1800
3	900
3	300
5	100
2	20
2	10
	5

പ്രവർത്തനം : ഏതാനും എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ പരിഗണിക്കുക. അവയെ അഭാജ്യസംഖ്യകളുടെ കൃതികളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക

വർഗമൂലം

12 ന്റെ വർഗമാണ് 144

$12^2 = 144$

ഇവിടെ 144 ന്റെ വർഗമൂലമാണ് 12 എന്ന് പറയാം.

വർഗമൂലത്തിന് '$\sqrt{\quad}$' ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

$\sqrt{144} = 12$

പൊതുവായി

$x^2 = y$ ആയാൽ

$\sqrt{y} = x$ ആയിരിക്കും

പ്രവർത്തനം: വർഗമൂലവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട 7-ാം തരത്തിലെ പാഠപുസ്തകത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

ഉള്ളടക്കത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള വിവിധ ബോധനരീതികളും തന്ത്രങ്ങളും ആവിഷ്ക്കരിക്കൽ.

ബീജഗണിതത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകൾ

- ബീജഗണിതം സാമാന്യവത്കൃത തത്വങ്ങളാണ് കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത്. അനേകം ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിശോധിച്ച് താരതമ്യപ്പെടുത്തി സമാനതകൾ കണ്ടുപിടിച്ച് പൊതുതത്വങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരുകയാണ് ചെയ്യുന്നത്.

  പ്രവർത്തനം : പാഠപുസ്തകത്തിൽ നിന്ന് സാമാന്യവത്കൃതതത്വങ്ങളിൽ എത്തിചേർന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ എഴുതുക.

- ബീജഗണിതാശയങ്ങൾ ഗുണാത്മകവും (abstract) പ്രതീകാത്മകവുമാണ് (symbolic)

  ബീജഗണിതത്തിൽ നാം ചരം ഉപയോഗിക്കുന്നുണ്ടല്ലോ. ചരം എന്ന ആശയം ഗുണാത്മകമാണ്. അവിടെ ക്ലിപ്തത ഇല്ല. ഒരേചരത്തിന് പല വിലയും സന്ദർഭാനുസരണം വന്നു ചേരുന്നു. ബീജഗണിത്തിലെ ആശയങ്ങളെല്ലാം തന്നെ ഗുണാത്മകമാണ്.

  പ്രതിരൂപങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചാണ് ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. ആ പ്രതിരൂപത്തിന് നിയതമായ ഒരു വില കല്പിക്കുന്നുമില്ല. കാരണം അവ ചരങ്ങളായാണ് ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

- ബീജഗണിതം ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധത്തെയാണ് കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത്.

  സമവാക്യങ്ങൾ, ബീജഗണിതവാക്യങ്ങൾ, ബീജഗണിത വാചകങ്ങൾ തുടങ്ങിയ ബീജഗണിത ആശയങ്ങൾ ഓരോന്നും ചരങ്ങളുടെ പരസ്പര ബന്ധത്തിൽ അധിഷ്ഠിതമാണ്.

പ്രവർത്തനം : ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുത്ത് ആശയങ്ങളുടെ പരസ്പരബന്ധമാണ് ബീജഗണിതത്തിൽ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നത് എന്ന് കണ്ടെത്തുക.

ഈ പ്രത്യേകതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ബീജഗണിത്തിന്റെ ഉള്ളടക്കം വിനിമയം ചെയ്യുന്നതിന് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബോധനരീതികളാണ് സാധാരണ ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

- ആഗമന-നിഗമനരീതി
- പ്രോജക്ട് പഠനരീതി
- പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണം
- അപഗ്രഥനരീതി

ഇവയെ സംബന്ധിച്ച വിശദാംശങ്ങൾ ഒന്നാം സെമസ്റ്ററിൽ ചർച്ചയെതിരുന്നല്ലോ.

പ്രവർത്തനം 1 : ബീജഗണിത ആശയങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ആഗമനരീതിയിലൂടെ തത്വരൂപീകരണത്തിൽ എത്തിച്ചേർന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ 6 മുതൽ 8 വരെ ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിത പാഠപുസ്തകങ്ങൾ വിശകലനം ചെയ്ത് കണ്ടെത്തുക.

പ്രവർത്തനം 2 : ബീജഗണിതത്തിലെ വർഗവും, വർഗമൂലവുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി 'ത്രികോണ സംഖ്യകളും, വർഗസംഖ്യകളും തമ്മിലുള്ള ബന്ധങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക' എന്ന പ്രോജക്ട് ഏറ്റെടുക്കാവുന്നതാണ്.

സൂചന:

ഈ പ്രോജക്ടുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി എത്തിച്ചേരാവുന്ന നിഗമനങ്ങൾ

1. അടുത്തടുത്തുള്ള രണ്ട് ത്രികോണസംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു വർഗസംഖ്യ ആയിരിക്കും
2. ഒരു ത്രികോണ സംഖ്യയെ 8 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 1 കൂട്ടിയാൽ വർഗസംഖ്യ കിട്ടും.

(കൂടുതൽ നിഗമനങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക)

പ്രവർത്തനം 3 : ബീജഗണിതവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുക. അവ അപഗ്രഥിച്ച് പ്രശ്ന നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക.

നിരന്തരവിലയിരുത്തൽ സൂചന:

ഈ അധ്യായവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് നിരവധി പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ഏറ്റെടുക്കുന്നതിന് അവസരം നൽകിയിട്ടുണ്ട്. അവയിലൂടെ തയ്യാറാക്കപ്പെടുന്ന ഉല്പന്നങ്ങൾ, പ്രവർത്തനത്തിലെ പങ്കാളിത്തം, പ്രവർത്തനം ഏറ്റെടുക്കാനുള്ള ആത്മാർത്ഥത തുടങ്ങിയ സൂചകങ്ങൾ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണ് നിരന്തര വിലയിരുത്തൽ നിർവഹിക്കേണ്ടത്.

യൂണിറ്റ് 3
അങ്കഗണിത പഠനവും ബോധനവും

(സമയം : 25 മണിക്കൂർ)

ഉള്ളടക്കം

3.1 അങ്കഗണിതം
- അങ്കഗണിതം എന്ത്?
- നിത്യജീവിതത്തിലുള്ള സ്ഥാനം
- മറ്റ് ഗണിത മേഖലമായുള്ള ബന്ധം

3.2 അങ്കണിതത്തിന്റെ വിവിധ മേഖലകൾ
- സംഖ്യകളും ക്രിയകളും
- ഭിന്നസംഖ്യകളും ദശാംശസംഖ്യകളും
- ന്യൂന സംഖ്യകൾ
- ശരാശരി
- ശതമാനം
- അംശബന്ധവും അനുപാതവും
- പലിശ
- ലാഭവും നഷ്ടവും
- ഡിസ്കൗണ്ട്
- സമയവും ദൂരവും

3.3 ദത്തങ്ങൾ കൈകാര്യചെയ്യൽ അങ്കഗണിതത്തിൽ
- വിവരശേഖരണം
- പട്ടികപ്പെടുത്തൽ
- വർഗ്ഗീകരിക്കൽ
- അപഗ്രഥിക്കൽ
- നിഗമനം രൂപീകരിക്കൽ
- ചിത്രീകരണം

ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ

- അങ്കണിതത്തിന് നിത്യജീവിതത്തിലുള്ള സ്ഥാനം തിരിച്ചറിഞ്ഞ് അതിന്റെ പ്രാധാന്യം ബോധ്യപ്പെടുന്നു.
- അങ്കഗണിതത്തിന് മറ്റ് ഗണിതമേഖലകളുമായുള്ള ബന്ധം തിരിച്ചറിയുന്നു.

- അങ്കഗണിതത്തിലെ വിവിധ മേഖലകൾ പാഠപുസ്തക വിശകലനത്തിലൂടെ കണ്ടെത്തുന്നു.
- ഓരോ മേഖലയും സൂക്ഷ്മതലത്തിൽ അപഗ്രഥിച്ച് ആശയങ്ങൾ ധാരണകൾ, മൂല്യങ്ങൾ, മനോഭാവങ്ങൾ എന്നിവ തിരിച്ചറിയുന്നു.
- ഓരോ മേഖലയും വിനിമയം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള തന്ത്രങ്ങൾ, പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഇവ കണ്ടെത്തുന്നു.
- വിവിധ മേഖലകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.
- അങ്കഗണിതത്തിന്റെ പ്രയോഗത്തിൽ ദത്തങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിന്റെ പ്രസക്തി തിരിച്ചറിയുന്നു.

പ്രാധാന്യം

'Numbers Rule the world' (സംഖ്യകൾ ലോകത്തെ നിയന്ത്രിക്കുന്നു) എന്ന- പൈഥഗോറസിന്റെ വാക്കുകൾ സംഖ്യകളുടെ പ്രാധാന്യം വിളിച്ചോതുന്നു. നിത്യജീവിതത്തിലെ എല്ലാ മണ്ഡലങ്ങളിലും സംഖ്യകൾക്കുള്ള അപ്രമാതിത്യമാണ് ഇത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

- എങ്ങനെയാണ് സംഖ്യകൾ നമ്മെ നിയന്ത്രിക്കുന്നത്?
- ഏത് തരത്തിലുള്ള സംഖ്യകൾ?
- എവിടെയാണ് സംഖ്യകൾ നമ്മെ കീഴടക്കുന്നത്?
- എവിടെയാണ് സംഖ്യകൾ നമ്മെ സ്വാധീനിക്കാത്തത്?
- എന്ത് വ്യത്യാസമാണ് നമ്മുടെ ഓരോ വ്യക്തിയുടെയും ജീവിതത്തിൽ സംഖ്യകളുണ്ടാക്കുന്നത്?
- ശാസ്ത്രീയ സന്ദർഭത്തിൽ നിന്നും നിത്യജീവിതത്തിലേക്കുള്ള പ്രയാണത്തിൽ സംഖ്യകളുടെയും ക്രിയകളുടെയും കാഴ്ചപ്പാട് എങ്ങനെ മാറുന്നു.?

ഇത്തരം ചോദ്യങ്ങൾ ചർച്ചചെയ്യുന്നതിലൂപട അങ്കഗണിതം, നമ്മുടെ നിത്യജീവിതത്തിൽ എങ്ങനെ സ്വാധീനിക്കുന്നു എന്ന് ബോധ്യപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.

ഉള്ളടക്കത്തിന്റെ വിശകലനം

3.1 അങ്കഗണിതം

അങ്കഗണിതം എന്ത്?

'Arithmos' എന്ന ഗ്രീക്ക് പദത്തിൽനിന്നാണ് Arithmetic (അങ്കഗണിതം) എന്ന ഗണിതശാസ്ത്ര പദം രൂപപ്പെട്ടത്. Arithmos എന്നതിന് സംഖ്യകൾ എന്നാണ് ഗ്രീക്ക് ഭാഷയിൽ അർത്ഥമാക്കുന്നത്.

എണ്ണൽസംഖ്യകൾ, ഭിന്നസംഖ്യകൾ സംഖ്യകളുടെ വിവിധതരത്തിലുള്ള വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ (ശതമാനം, അംശബന്ധം ദശാംശം തുടങ്ങിയവ) ഇവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ക്രിയകൾ എന്നിവ ഉൾപ്പെടുന്ന ഗണിതശാസ്ത്രശാഖയാണ് അങ്കഗണിതം അങ്കഗണിതത്തെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിലെ ഗണിതമെന്ന് പറയാം. ഗണിതത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനം തന്നെ അങ്കഗണിതമാണ്.

നിത്യജീവിതത്തിലുള്ള സ്ഥാനം

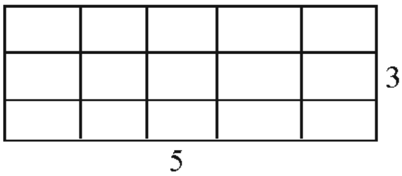
ജീവിതത്തിൽ എല്ലാ സന്ദർഭങ്ങളിലും അങ്കഗണിതം ഉപയോഗിക്കുന്നു. സാധനങ്ങൾ വാങ്ങുമ്പോഴും വില്ക്കുമ്പോഴും യാത്രാ വേളയിൽ, ഭക്ഷണം പാകം ചെയ്യുമ്പോൾ, കൃഷി ചെയ്യുന്ന

വേളയിൽ വിവിധകളികളിലേർപ്പെടുന്ന സന്ദർഭത്തിൽ, കുടുംബ ബജറ്റിൽ, ബാങ്കിടപാടുകൾ, കെട്ടിട നിർമ്മാണത്തിൽ തുടങ്ങിയവയിലെല്ലാം അങ്കഗണിതമാണ് ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്നത്. അങ്കഗണിതം ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന നിത്യജീവിതത്തിലെ മറ്റ് സന്ദർഭങ്ങൾ ഏതൊക്കെ?

മറ്റ് ഗണിതമേഖലകളുമായുള്ള ബന്ധം

അങ്കഗണിതത്തിലെ പലമേഖലകളും പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഉദാഹരണമായി ശതമാനം, പലിശ, ഡിസ്കൗണ്ട്, ലാഭം/നഷ്ടം.......ഭിന്നസംഖ്യകൾ, ദശാംശസംഖ്യകൾ, ഇതേപോലെ അങ്കഗണിതത്തിന് ഗണിതത്തിലെ മറ്റ് ശാഖകളുമായും (ബീജഗണിതം, ജ്യാമിതി, സ്ഥിതിവിവരകണക്ക്) ബന്ധമുണ്ട്.

ഉദാ. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് അതിലെ യൂണിറ്റ് സമചതുരങ്ങളുടെ എണ്ണമാണ്.



കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് (ആഗമനരീതി) പരപ്പളവ് = നീളം x വീതി എന്ന നിഗമനത്തിലെത്തുന്നു. ഇതിനെ ചുരുക്കി $A = l \times b$ എന്ന ബീജഗണിത വാക്യത്തിലെത്തുന്നു.

നിഗമനരീതിയിലൂടെ ഈ വാക്യം ഉപയോഗിച്ച് വിവിധ പ്രയോഗിക സന്ദർഭങ്ങളിൽ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുന്നു.

ഇവിടെ അങ്കഗണിതം, ജ്യാമിതി, ബിജഗണിതം ഇവയുടെ പരസ്പരബന്ധം ദൃശ്യമാണല്ലോ.

- പാഠപുസ്തകത്തിൽ നിന്നും ഇത്തതരത്തിൽ ഗണിതത്തിലെ മറ്റ് മേഖലകളുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തി ആശയരൂപീകരണം നടത്താവുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

3.2 അങ്കണത്തിന്റെ വിവിധ മേഖലകൾ

സംഖ്യകളും ക്രിയകളും

1 മുതൽ 5 വരെ ക്ലാസ്സുകളിലെ എണ്ണൽ സംഖ്യകളും അവയുടെ ക്രിയകളും ഒന്ന്, രണ്ട് സെമസ്റ്ററുകളിൽ വിശദമായി ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ടല്ലോ. 6 മുതൽ 8 വരെയുള്ള ക്ലാസ്സുകളിലെ സംഖ്യകളും ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾക്കാണ് ഇവിടെ ഊന്നൽ നിൽകേണ്ടത്.

- സമചതരുസംഖ്യകൾ (പൂർണ്ണവർഗ്ഗസംഖ്യകൾ) 1, 4, 9, 16, ...
- ത്രികോണസംഖ്യകൾ 1, 3, 6, 10, 15, ...
- വർഗ്ഗവും വർഗ്ഗമൂലവും

ഭിന്നസംഖ്യകൾ

ഭിന്നസംഖ്യ എന്ന ആശയം, ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനം വ്യവകലനം, താരതമ്യം ചെയ്യൽ, തുല്യഭിന്നങ്ങൾ എന്നീ ആശയങ്ങൾ സെമസ്റ്റർ ഒന്നിൽ ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

- വ്യത്യസ്തഛേദ്യമുള്ള ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനം/വ്യവകലനം (തുല്യഭിന്നങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച്) ഉദാ.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$$

- ഭിന്നസംഖ്യകളെ വ്യത്യസ്തരീതിയിൽ വ്യാഖ്യാനിക്കൽ

  ഉദാ: $\frac{3}{4}$ എന്നത്

ഒന്നിനെ 4 തുല്യഭാഗമാക്കിയതിൽ 3 ഭാഗം

മൂന്ന് $\frac{1}{4}$ കൾ ചേർന്നത്

$3 \div 4$

3 വസ്തു 4 പേർക്ക് തുല്യമായി വീതിച്ചാൽ കിട്ടുന്നത്.

4 വസ്തുക്കളിൽ നിന്ന് 3 എണ്ണം മാറ്റിയാൽ, മാറ്റിയത് $\frac{3}{4}$ ഭാഗം

- ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ലഘു രൂപം

ഉദാ. $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

- പൂർണ്ണ സംഖ്യയും ഭിന്നസംഖ്യയും ചേർന്ന രൂപം

  ഉദാ : $1\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}$

- ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനം
- ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ഹരണം
- ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രയോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ

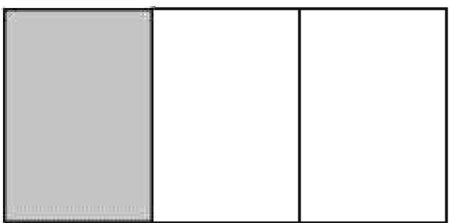
$$2 \times 3 = 6;\ 4 \times 5 = 20,\ 8 \times 1 = 8$$

ഇവിടെ ഗുണനഫലം എപ്പോഴും ഈ രണ്ടു സംഖ്യയേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആണ്.

എന്നാൽ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6},\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$ ഇതിൽ നിന്നും രണ്ടു ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തെക്കുറിച്ച് എന്ത് നിഗമനത്തിലെത്താം?

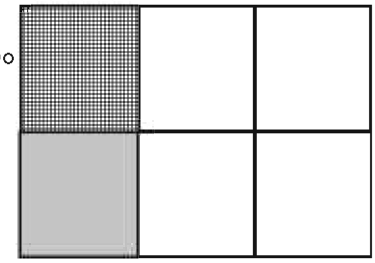
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ എന്നതുകൊണ്ട് അർത്ഥമാക്കുന്നതെന്ത്?

$\frac{1}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം അഥവാ $\frac{1}{3}$ ന്റെ പകുതി ഇതുതന്നെ $\frac{1}{2}$ ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം എന്നു പറയാം.



$\frac{1}{3}$ ഭാഗം

$\frac{1}{3}$ ന്റെ $\frac{1}{2}$ ഭാഗം



$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

ഇതേപോലെ $\frac{1}{2}$ ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം കണ്ടു നോക്കൂ.

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയെ മറ്റൊരു ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു കൊണ്ടു ഹരിക്കുന്ന പ്രയോഗിക സന്ദർഭങ്ങൾ ഏതൊക്കെ?

ഉദാ. (1) . $2\frac{1}{2}$ കിലോ അരി ദിവസേന $\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാം വീതമെടുത്താൽ എത്ര ദിവസത്തേക്ക് തികയും?

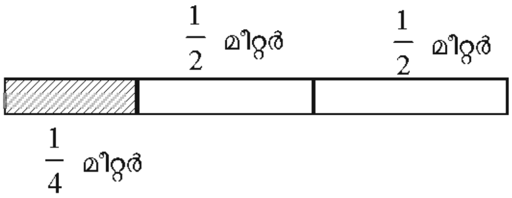
$2\frac{1}{2} \div \frac{1}{2}$ എന്ന ക്രിയയാണല്ലോ ചെയ്യേണ്ടത്. ഇതിന്റെ അർത്ഥമെന്താണ്?

$2\frac{1}{2}$ എന്നത് അഞ്ച് $\frac{1}{2}$ കൾ ചേർന്നതാണല്ലോ.

$\therefore \ 2\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 5$

2. $\frac{1}{2}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള കമ്പിയിൽ നിന്ന് $\frac{1}{4}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കഷണങ്ങൾ കിട്ടും?

ഇവടെ $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ എന്ന ക്രിയയാണല്ലോ ചെയ്യേണ്ടത്. $\frac{1}{2}$ ൽ എത്ര $\frac{1}{4}$ കൾ ഉണ്ട്?



പാഠപുസ്തകം അപഗ്രഥിച്ച് വിവിധ ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ആശയ വ്യക്തതയുണ്ടാക്കുകയും ഗുണനത്തിന്റേയും ഹരണത്തിന്റേയും സാമാന്യവൽകരണത്തിലെത്തുകയും വേണം.

ന്യൂനസംഖ്യകൾ

ന്യൂനസംഖ്യ ആശയം, ന്യൂനസംഖ്യയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട ക്രിയകൾ, ന്യൂനസംഖ്യ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ ഇവ 7, 8 ക്ലാസ്സുകളിൽ പ്രതിപാദിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇവ വിശദമായി ചർച്ചചെയ്യേണ്ടതും അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ആശയ ധാരണ ഉറപ്പാക്കേണ്ടതുമാണ്. നെഗറ്റീവ് സംഖ്യ ഉൾപ്പെടുന്ന ഗുണനത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ, $2 \times (-3)$ എന്നതിന് ആവർത്തന സങ്കലനമായി അർത്ഥം കൊടുക്കാം. എന്നാൽ $(-2) \times 3$ എന്നതിന് ഇങ്ങനെ അർത്ഥം കൊടുക്കാൻ കഴിയില്ല. ഇവിടെ $(-2) \times 3 = 3 \times (-2)$ എന്ന ക്രമ നിയമം ഉപയോഗിച്ച് വിശദീകരിക്കേണ്ടണ്ടിവരും. രണ്ട് ന്യൂനസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലത്തെ സംബന്ധിച്ച ആശയം 8-ാം ക്ലാസ്സിലെ ഗണിതപാഠപുസ്തകത്തിൽ (ഭാഗം 1, പേജ് 52) വിശദമായി പ്രതിപാദിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ദശാംശസംഖ്യകൾ

5, 6 ക്ലാസ്സുകളിലായി ദശാംശസംഖ്യകളെ സംബന്ധിച്ച ആശയം, ക്രിയകൾ ഇവ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്. ഭിന്നസംഖ്യയുടെ തുടർച്ചയായി ദശാംശ സംഖ്യ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ക്രിയ കൂടുതൽ ലഘൂകരിക്കുന്നതിനാണ് ദശാംശസംഖ്യാസമ്പ്രദായം സ്വീകരിച്ചത്. ദശാംശസംഖ്യകളിലെ അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനവിലയെക്കുറിച്ചുള്ള ധാരണ, ദശാംശസംഖ്യകൾ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളുടെ നിർദ്ധാരണം ഇവയ്ക്ക് കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം നൽകി അവതരിപ്പിക്കണം.

ക്ലാസ്മുറികളിൽ ക്രിയകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് സാധാരണ കുട്ടികൾ വരുത്തുന്ന തെറ്റുകൾ എന്തെല്ലാം? ഉദാ.. ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ താരതമ്യം 5.05, 5.5, 5.06 ഇവ താരതമ്യം ചെയ്യൽ

സങ്കലനം/വ്യവകലനം

ഉദാ. 3.25 +

1.4

? ഇത്തരത്തിലുള്ള. തെറ്റുകൾ ക്ലാസ്സിൽ വിശകലനം ചെയ്യണം. ദശാംശസംഖ്യകുടെ ഗുണനം, ഹരണം ഇവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്താനും അവ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യാനും ട്രെയിനികൾക്ക് അവസരം ഉണ്ടാകണം.

ശരാശരി

ശരാശരി എന്ന ആശയം കൃത്യമായി രൂപീകരിക്കാനുള്ള അവസരം നൽകണം. ഒരു കൂട്ടം അളവുകളെ പ്രതിനിധാനം ചെയ്യുന്ന ഒരളവാണ് ശരാശരി എന്ന ധാരണ രൂപീകരിക്കണം.

ഉദാ. ഒരാഴ്ചയിൽ ഒരു പശുവിൽ നിന്ന് ലഭിച്ച പാൽ ഇപ്രകാരമാണ്.

12 ലിറ്റർ, 13 ലിറ്റർ, 8 ലിറ്റർ, 10 ലിറ്റർ, 7 ലിറ്റർ, 9 ലിറ്റർ, 11 ലിറ്റർ പശുവിൽ നിന്ന് ഒരു ദിവസം എത്ര ലിറ്റർ പാൽ ലഭിക്കും?

ഇത്തരത്തിലുള്ള വിവിധ സന്ദർഭങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്ത് ശരാശരി എന്ന ആശയം രൂപീകരിക്കാവുന്നതാണ്.

- ഇവിടെ ശരാശരി ഏറ്റവും ചെറിയ അളവിനും ഏറ്റവും വലിയ അളവിനും ഇടയിൽ വരുന്ന ഒരു സംഖ്യയായിരിക്കും.
- ശരാശരിയേക്കാൾ കൂടുതലായ അളവുകൾ പരിശോധിക്കാം.

  12, 13, 11

  ഇവ ഓരോന്നും ശരാശരിയേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ്?

  2, 3, 1

  ഇവയുടെ തുക = $2 + 3 + 1 = 6$

  ശരാശരിയേക്കാൾ കുറവായ അളവുകൾ

  8, 7, 9

  ഇവ ഓരോന്നും ശരാശരിയേക്കാൾ എത്ര കുറവ്?

  2, 3, 1

ഇവയുടെ തുക = 2 + 3 + 1 = 6

ഈ രണ്ടുതുകയും എപ്പോഴും തുല്യമാണല്ലോ

തുടർച്ചയായ എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി എങ്ങനെയായിരിക്കും? പാറ്റേണുകളുടെ ശരാശരിയോ ?

ഉദാ. 1, 2, 3, ...,11

1, 2, 3, ..., 20

3, 5, 7, 9,......................., 19

ശരാശരി കണ്ടെത്താനുള്ള മാർഗ്ഗം അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾ സ്വയം കണ്ടെത്തട്ടെ.

ശരാശരിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ ഏതൊക്കെ?

ശരാശരി വരുമാനം, ശരാശരിചെലവ്,

ശരാശരി നീളം, ഭാരം......................

ഒരളവിൽ മാറ്റം വരുമ്പോൾ ശരാശരിയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന മാറ്റം എന്തായിരിക്കും?

ശരാശരി യുക്തിസഹമല്ലാത്ത ധാരാളം സന്ദർഭങ്ങളുണ്ട്.

ഉദാ.

1) ഒരു പുഴയുടെ ആഴം പല സ്ഥലങ്ങളിൽ വ്യത്യസ്തമാണ്. അവയുടെ ശരാശരികണക്കാക്കി പുഴ കടക്കാൻ ശ്രമിച്ചാൽ അപകടമല്ലേ?

2) ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ കുടുംബങ്ങളുടെ ശരാശരി വരുമാനം 2000 രൂപയാണ്. ഈ ഗ്രാമത്തിൽ ഒരു കോടീശ്വരൻ വന്നു ചേർന്നു. ഇപ്പോൾ ഗ്രാമത്തിലെ കുടുംബങ്ങളുടെ ശരാശരി വരുമാനം എന്തായിരിക്കും? ഇവ തിരിച്ചറിയാനുള്ള അവസരം ഒരുക്കണം.

ശതമാനം

- ശതമാനം എന്ന ആശയം നിരക്ക് എന്ന തരത്തിൽ
- മറ്റുശതമാനം എന്ന ആശയം (75% കുട്ടികൾ വിജയിച്ചു. എന്നത് 25% കുട്ടികൾ വിജയിച്ചില്ല എന്നും അർത്ഥമാക്കാം.
- മുഴുവൻ അഥവാ 100% എന്ന ധാരണ
- ശതമാനം ഭിന്നസംഖ്യാരീതിയിലുള്ള നിരക്കും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

$\frac{1}{2}$ ഭാഗം എന്നത് 50% ആണ്.

75% എന്നത് $\frac{3}{4}$ ആണ്.

$33\frac{1}{3}$ എന്നത് $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണ്.

$\frac{2}{5}$ ഭാഗം = $\frac{2\times 20}{5\times 20}=\frac{40}{100}$ = 40 %

- താരതമ്യത്തിനുള്ള സഹായിയായി ശതമാനത്തെ ഉപയോഗിക്കൽ.

ഉദാ. ഒരു സ്കൂളിൽ 150 കുട്ടികൾ പരീക്ഷ എഴുതി 135 കുട്ടികൾ ഉപരിപഠനത്തിന് അർഹരായി. മറ്റൊരു സ്കൂളിൽ 120 കുട്ടികൾ പരീക്ഷ എഴുതിയതിൽ 114 കുട്ടികൾ ഉപരിപഠനത്തിന് അർഹരായി. ഏത് സ്കൂളാണ് മികച്ചത്?

- ശതമാനം ഉൾപ്പെടുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന്
- a യുടെ b% = b യുടെ a%
- ശതമാനത്തിലൂടെ താരതമ്യം ചെയ്യുമ്പോൾ യുക്തിസഹമല്ലാത്ത സന്ദർഭങ്ങളും കുട്ടികളെ ബോധ്യപ്പെടുത്താൻ കഴിയണം.
- ഒരു യൂണിവേഴ്സിറ്റിയിൽ പഠിക്കുന്ന കുട്ടികളിൽ 50% പേരും വികലാംഗരാണ്. ഈ പ്രസ്താവനയുടെ നിജസ്ഥിതി അന്വേഷിച്ചപ്പോൾ അവിടെ ആകെ 2 കുട്ടികൾ മാത്രമാണ് പഠിക്കുന്നത്. ഇത്തരം കാര്യങ്ങൾ സന്ദർഭാനുസരണം അവതരിപ്പിക്കാൻ അധ്യാപകവിദ്യാർത്ഥിക്ക് കഴിയണം.

പലിശ

- പലിശ എന്ന ആശയം.
- പലിശനിരക്ക് എന്ന ആശയം,
- പലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി
- വിവിധ സ്ഥാപനങ്ങളിലെ പലിശനിരക്കുകളുടെ താരതമ്യം
- പലിശയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട സമൂഹത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ
- കൂട്ടുപലിശ എന്ന ആശയം
- കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി
- വാർഷികം/അർദ്ധവാർഷികം/പാദവാർഷികകൂട്ടുപലിശകണക്കാക്കുന്ന രീതി.
- പണമിടപാടു സ്ഥാപനവുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രയോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യൽ.
- പലിശയെ സംബന്ധിച്ചുള്ള വ്യത്യസ്ത പരസ്യങ്ങളും അവയിലെ തട്ടിപ്പുകളും തിരിച്ചറിയുന്നു.

  ഉദാ. 1 രൂപക്ക് ഒരു ദിവസത്തേക്ക് 1 പൈസമാത്രം പലിശ

  ഇവിടെ പലിശനിരക്ക് എന്ത്?

  7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലെ പലിശയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പാഠഭാഗങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുമല്ലോ.

ലാഭവും നഷ്ടവും, ഡിസ്കൗണ്ട്

- മുടക്കുമുതൽ, വിറ്റവില, ലാഭം, നഷ്ടം എന്നീ ആശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു. ലാഭശതമാനം, നഷ്ടശതമാനം എന്നീ ആശയങ്ങൾ.

  (100 രൂപ മുടക്കുമുതലിന് ലഭിക്കുന്ന ലാഭമാണ് ലാഭശതമാനം. ഇതുപോലെ 100 രൂപ മുടക്കുമ്പോൾ വരുന്ന നഷ്ടമാണ് നഷ്ടശതമാനം.)

- പരസ്യവില, വിറ്റവില, ഡിസ്കൗണ്ട്, റിബേറ്റ് എന്നീ ആശയങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്നു.
- പരസ്യവിലയിൽ നിന്നും അനുവദിക്കുന്ന കിഴിവാണ് ഡിസ്കൗണ്ട്. ഡിസ്കൗണ്ട് പരസ്യവിലയുടെ ശതമാനമായിട്ടാണ് പറയുന്നത്.

- പൊതുമേഖലാസ്ഥാപനങ്ങളുടെ ഉല്പന്നങ്ങൾക്ക് സർക്കാർ നല്കുന്ന കിഴിവാണ് റിബേറ്റ്. റിബേറ്റ് ശതമാനമായാണ് പറയുന്നത്.

സമയവും ദൂരവും

- വേഗത എന്ന ആശയം (ഒരു യൂണിറ്റ് സമയത്ത് സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരമാണ് വേഗത. ഇത് ശരാശരി വേഗതയാണ്)
- ദൂരം, സമയം, ശരാശരി വേഗം എന്നിവ പരസ്പരം ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- ഒരു വസ്തു ആകെ സഞ്ചരിച്ച ദൂരത്തെ അത് സഞ്ചരിക്കാനെടുത്ത സമയം കൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതാണ് അതിന്റെ ശരാശരിവേഗം
- ശരാശരിവേഗം, വേഗങ്ങളുടെ ശരാശരിയല്ല. (Ref. TB - Std VII P93)
- വേഗതയുടെ വിവിധയൂണിറ്റുകൾ പരിചയപ്പെടുന്നു. അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം തിരിച്ചറിയുന്നു.
- വേഗതയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രായോഗികപ്രശ്നങ്ങൾ കണ്ടെത്തുന്നു. നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുന്നു.
- വേഗം താരതമ്യം ചെയ്യാൻ, ഒന്നുകിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം ഏകീകരിക്കണം അല്ലെങ്കിൽ സമയം ഏകീകരിക്കണം.

അംശബന്ധവും അനുപാതവും

7, 8 ക്ലാസ്സുകളിലാണ് അംശബന്ധവും അനുപാതവും എന്ന ആശയം അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. 7-ാം ക്ലാസ്സിലെ ഭാഗങ്ങൾ, ബന്ധങ്ങൾ എന്ന പാഠഭാഗത്തിന്റെ തുടർച്ചയായിട്ടാണ് ഈ അധ്യായത്തെ ഉൾക്കൊള്ളേണ്ടത്.

ആശയങ്ങൾ/വസ്തുതകൾ/ശേഷികൾ

- അംശബന്ധം എന്ന ആശയം
- തുല്യ അംശബന്ധങ്ങൾ
- ഒരു സംഖ്യയെ നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കൽ
- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും അതിലെ ഒരു സംഖ്യയും തന്നാൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം
- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം അറിഞ്ഞാൽ ഓരോ സംഖ്യയും സംഖ്യകളുടെ തുകയുടെ ഏതു ഭാഗമാണെന്നു കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം അറിഞ്ഞാൽ ഓരോന്നും രണ്ടാമത്തെതിന്റെ എത്ര മടങ്ങ് അല്ലെങ്കിൽ എത്ര ഭാഗം എന്നു കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധം അറിഞ്ഞാൽ അവയുടെ വ്യത്യാസം തുകയുടെ ഏതു ഭാഗമാണെന്നു കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും അവയുടെ തുകയും അറിഞ്ഞാൽ ഓരോ സംഖ്യയും കണ്ടെത്തൽ.

- രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും അവയിൽ ഒരു സംഖ്യയും അറിഞ്ഞാൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയും ഓരോ സംഖ്യയും കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധത്തിന്റെ ലഘുരൂപം കണ്ടെത്തൽ
- മുകളിലെ വസ്തുതകളെയെല്ലാം രണ്ടിൽ കൂടുതൽ സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്യൽ.
- നേരനുപാതം, വിപരീതാനുപാതം എന്നീ ആശയങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കൽ
- നേരനുപാതം, വിപരീതാനുപാതം ഇവ ഉൾപ്പെട്ട പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ

മടങ്ങും ഭാഗവും

രണ്ടു സംഖ്യകളിൽ വലുത് ചെറുതിന്റെ ഒരു നിശ്ചിത മടങ്ങായിരിക്കും. അതുപോലെ ചെറിയ സംഖ്യ വലിയ സംഖ്യയുടെ ഒരു നിശ്ചിതഭാഗമായിരിക്കും.

ഉദാ: 12 ന്റെ 3 മടങ്ങാണ് 36 $(12 \times 3 = 36)$

36 ന്റെ $\frac{1}{12}$ ഭാഗമാണ് 3 അഥവാ

36 ന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗമാണ് 12

$12 \times \frac{3}{4} = 9$ (12 ന്റെ മുക്കാൽ ഭാഗമാണ് 9)

9 ന്റെ $1\frac{1}{3}$ മടങ്ങാണ് 12

ഭാഗത്തിന്റെയും മടങ്ങിന്റെയും അർത്ഥവ്യാപ്തി പൂർണ്ണമായും ഉൾക്കൊണ്ടുള്ള ചർച്ചയാണ് ക്ലാസിൽ നടക്കേണ്ടത്.

മറ്റു പ്രവർത്തനങ്ങൾ

രണ്ടു നീളങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യണമെന്നിരിക്കട്ടെ. ഉദാ: $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$; ഇവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 5 : 3 എന്നു കിട്ടുന്നതിന്റെ കാരണം ചർച്ച ചെയ്യണം. $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തെ 5 തുല്യഭാഗമാക്കിയാൽ ഓരോ ഭാഗവും ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{1}{15}$ ഭാഗമായിരിക്കും. അപ്പോൾ $\frac{1}{3}$ എന്നത് $\frac{5}{15}$ അതുപോലെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗത്തെ 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഓരോ ഭാഗവും $\frac{1}{15}$ ഭാഗമാകും. അപ്പോൾ $\frac{1}{5}$ എന്നത് $\frac{3}{15}$ ആകും. $\frac{5}{15}, \frac{3}{15}$ ഇവ യഥാക്രമം $\frac{1}{15}$ ന്റെ 5 മടങ്ങും 3 മടങ്ങും ആണ് അതുകൊണ്ട് അംശബന്ധം 5 : 3.

അംശബന്ധവും ഭിന്നവും

ഒരു വസ്തുവിന്റെ ഭാഗങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിന് അംശബന്ധം ഉപയോഗപ്പെടുത്താം. ഒരു സ്ഥാപനത്തിലെ സ്ത്രീയും പുരുഷനും $3 : 17$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണെങ്കിൽ ആസ്ഥാപനത്തിലെ ആകെ ജീവനക്കാരുടെ $\frac{3}{20}$ ഭാഗം സ്ത്രീകളും, $\frac{17}{20}$ ഭാഗം പുരുഷൻമാരും ആണല്ലോ.

പുരുഷൻമാരുടെ $\frac{3}{17}$ ഭാഗമാണ് സ്ത്രീകൾ. സ്ത്രീകളുടെ $\frac{17}{3}$ മടങ്ങാണ് പുരുഷൻമാർ.

പ്രയോഗം

സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര ബന്ധത്തെ യുക്തിസഹമായി പ്രയോഗിക്കാനുള്ള കഴിവാണ് അധ്യാപക വിദ്യാർത്ഥികൾ നേടേണ്ടത്. അവയുടെ വിവിധ സന്ദർഭങ്ങൾ ഇപ്രകാരമാണ്.

- രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുകയും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും അറിഞ്ഞാൽ ഓരോ സംഖ്യയും കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും സംഖ്യകളിൽ ഒന്നും അറിഞ്ഞാൽ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യ കണ്ടെത്തൽ.
- രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ അംശബന്ധവും സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസവും അറിഞ്ഞാൽ സംഖ്യകളുടെ തുകയും ഓരോ സംഖ്യയും കണ്ടെത്തൽ.
- നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിലുള്ള സംഖ്യകളോട് നിശ്ചിതഭാഗം കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്താൽ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള പുതിയ അംശബന്ധം കാണൽ.

ഇത്തരം സന്ദർഭങ്ങൾ വരുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യുമ്പോൾ വിവിധ വീക്ഷണ കോണിലൂടെ സമീപിക്കാമെന്നും അങ്ങനെ വ്യത്യസ്ത രീതിയിൽ ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ കഴിയുമെന്ന ധാരണ കൈവരിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

മാറിയ അംശബന്ധം

ഒരു സ്കൂളിൽ ആൺകുട്ടികളും പെൺകുട്ടികളും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 2 : 3 ആയിരുന്നു. ആൺകുട്ടികളുടെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം പോയാൽ ആൺകുട്ടികളും പെൺകുട്ടികളും തമ്മിലുള്ള മാറിയ അംശബന്ധം എന്തായിരിക്കും?

- ആൺകുട്ടികൾ $\frac{2}{5}$ ഭാഗവും പെൺകുട്ടികൾ $\frac{3}{5}$ ഭാഗവും ആണ് ഉള്ളത്.
- ആൺകുട്ടികളുടെ (അതായത് $\frac{2}{5}$ ഭാഗത്തിന്റെ) $\frac{1}{4}$ ഭാഗം പോയി.
- ആയതിനാൽ ബാക്കിയുള്ളത് $\frac{2}{5}$ ഭാഗത്തിന്റെ $\frac{3}{4}$ ഭാഗം $= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ ഭാഗം

- അതുകൊണ്ട് മാറിയ അംശബന്ധം $= \frac{3}{10} : \frac{3}{5}$

$$= \frac{3}{10} \times 10 : \frac{3}{5} \times 10$$

$$= 3 : 6 = 1 : 2$$

അളവുകൾ മൂന്ന്

രണ്ട് അളവുകൽ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തിന്റെ തുടർച്ചയാണ് 3 അളവുകൾ ഉപോയഗിച്ചുള്ള അംശ ബന്ധം.

ഒരു നിശ്ചിത തുക 3 പേർക്ക് $1 : 2 : 3$ ആയി ഭാഗിക്കുന്നെങ്കിൽ

ഒന്നാമന് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{1}{6}$ ഭാഗം

രണ്ടാമന് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{1}{6}$ ഭാഗം

മൂന്നാമന് ലഭിക്കുന്നത് $\frac{3}{6}$ ഭാഗം

രണ്ട് അളവുകളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് ചെയ്യുന്ന പ്രായോഗിക പ്രശ്നരീതിയാണ് ഇവിടെയും സ്വീക രിക്കുന്നത്.

അനുപാതം

രണ്ട് വ്യത്യസ്ത അളവുകളുടെ മാറ്റങ്ങൾ ആനുപാതികമാണോ എന്ന് വ്യത്യസ്ത ഉദാഹരണ ങ്ങളിലൂടെ പരിശോധിക്കാം.

- അരി, ഉഴുന്ന് എന്നിവയുടെ അളവുകൾ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.
- സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും ചുറ്റളവും ആനുപാതികമാണ്.
- എന്നാൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും പരപ്പളവും ആനുപാതികമല്ല.

മാറ്റങ്ങൾ ആനുപാതികമാകുന്നതും അല്ലാത്തതുമായ സന്ദർഭങ്ങൾ ചർച്ച ചെയ്യുക.

x, y എന്നീ അളവുകൽ ആനുപാതികമായാണ് മാറുന്നതെങ്കിൽ അവയുടെ വിലകൾ തമ്മി ലുള്ള ബന്ധം $K = \frac{x}{y}$ ആയിരിക്കും. (നേരനുപാതം)

വിപരീതാനുപാതത്തിലായാൽ $K = x\,y$ ആയിരിക്കും.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ സന്ദർഭവും ഏത് അനുപാതത്തിലാണെന്ന് യുക്തി സഹിതം വിശദീകരിക്കുക.

- ഓരേ വേഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന കാർ-സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരവും സമയവും
- ഒരേ ചുറ്റളവുള്ള ചതുരങ്ങളുടെ നീളം, വീതി
- ഒരേ ഉയരമുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവും പാദത്തിന്റെ നീളവും

- ഒരു നിശ്ചിത ജോലി ചെയ്ത തീർക്കുന്ന ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും അവർ ജോലി ചെയ്യുന്ന ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണവും.
-
-

3.3. ദത്തങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്യൽ - അങ്കഗണിതത്തിൽ

ദത്തങ്ങൾ ശേഖരിക്കുകയും അവ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാകത്തക്കവിധം പട്ടികപ്പെടുകയും ചെയ്യേണ്ട വിവിധ സന്ദർഭങ്ങൾ ഉണ്ടാകാറുണ്ട്. ദത്തങ്ങളെ വർഗ്ഗീകരിക്കാനും അപഗ്രഥിക്കാനും അതിലൂടെ നിഗമനങ്ങളിലെത്താനും പട്ടികപ്പെടുത്തൽ സഹായിക്കുന്നു. ഈ പട്ടികകളിലെ വിവരങ്ങൾ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാൻ അവയുടെ ചിത്രീകരണം സഹായിക്കുന്നു.